1 次の(1)〜(10)の問いに答えよ。

(1) $-5-1\times4$

$=-5-4=-9$

(2) $3(2a+3b)-2(-a+5b)$

$=6a+9b+2a-10b$

$=8a-b$

(3) $x^7y^3\div(-xy)^2\div x$

$=\dfrac{x^{7}y^{3}}{x^2y^2\times x}=x^4y$

(4) 連立方程式 $\begin{cases}-2x+9y=-5 & \cdots\text{①}\\ 4x+3y=-11 & \cdots\text{②}\end{cases}$

①×2⋯ $-4x+18y=-10$

②⋯⋯ $+)\ 4x+3y=-11$

$21y=-21\quad\therefore y=-1$

②に代入して $4x+3\times(-1)=-11$

$4x=-8\quad x=-2$

(答) $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$

(5) $\dfrac{21}{\sqrt3}-\sqrt{12}$

$=\dfrac{21\sqrt3}{3}-2\sqrt3$

$=7\sqrt3-2\sqrt3$

$=5\sqrt3$

(6) 2次方程式

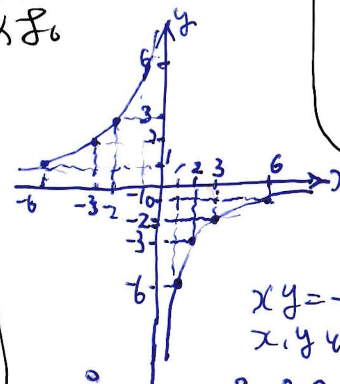
$x^2+x-42=0$ を解け。

$(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x=6,\ -7$

$\begin{array}{l}1 \times 7\\ 1\ \ \ -6\\ \hline 7-6=1\end{array}$

(7) 反比例 $y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にあり、x座標、y座標がともに整数である点は何個あるか求めよ。



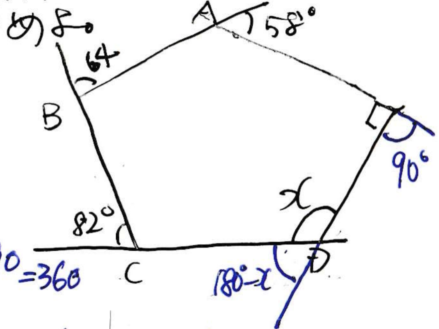
$xy=-6$ で x,y とも整数であるとをさがす!

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6
y	1			2	3	6	-6	-3	-2			-1

整数とは0、および0に次々に1を足したり0に次々に1を引いたりして得られる範囲の数。反比例の場合$(x,y)=(0,0)$の点は存在しない。

(答) 8個

(8) 右の図のような五角形ABCDEで$\angle x$の大きさを求めよ。



多角形の外角の和は360°であることを使ってみる。

$58+64+82+(180-x)+90=360$

$294+180-x=360$

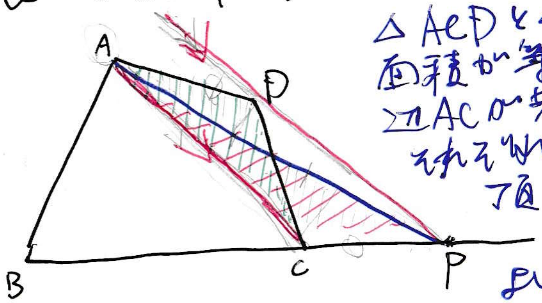
$\therefore x=474-360=114$

(答) 114°

$\begin{array}{r}294\\180\\ \hline 474\end{array}$ $\begin{array}{r}58\\82\\ \hline 140\\64\\90\\ \hline 294\end{array}$

(9) 下の図のような四角形ABCDがある。
辺BCの延長上に，四角形ABCDの面積と
△ABPの面積が等しくなる点Pをとるとき，
点Pのとり方を次のア～エから一つ選び，その符号
を書け。

ア 辺BCの延長上に，AD＝CP となる点Pをとる。
イ 辺BCの延長上に，AD＝BPとなる点Pをとる。
ウ 点Aと辺CDの中点を通る直線と辺BCの延長との交点をPとする。
エ 点Dを通り線分ACに平行な直線と辺BCの延長との交点をPとする。



△ACDと△ACPの面積が等しくなればよい。
辺ACが共通なので
それぞれの三角形の頂点までの高さが等しくなればよい。そのためには
DP//ACである必要がある。(答)エ

(10) ある荷物の重さをはかり，近似値2900gを得た。この近似値の有効数字が2けたであるとき，誤差の絶対値は何g以下か。求めよ。また，有効数字がはっきりわかるように，整数部分が1けたの小数と，10の何乗かの積の形に表せ。

近似値2900gは
10gの位を四捨五入して得られる。

$\boxed{2850 \sim 2950}$
以上 未満

誤差の絶対値は
$2900 - 2850 = 50$ g以下
(答)

$2900 = 2.9 \times 1000$
$= 2.9 \times 10^3$ g ---(答)

2 次の(1)～(4)の問いに答えよ。

(1) ある文房具店で、1冊x円のノートと1本y円の鉛筆を買うことにした。ノート1冊の値だんは、鉛筆2本の値段より20円高い。またノート4冊と鉛筆5本を買って1000円はらうと、おつりは10円であった。x, yの値をそれぞれ求めよ。ただし、消費税は考えないものとする。

$x = 2y + 20$ …… ①　　①より $x - 2y = 20$ … ①'

$1000 - (4x + 5y) = 10$ … ②　　②より $4x + 5y = 990$ … ②'

①'×4 … $4x - 8y = 80$

②' … $-)\ 4x + 5y = 990$

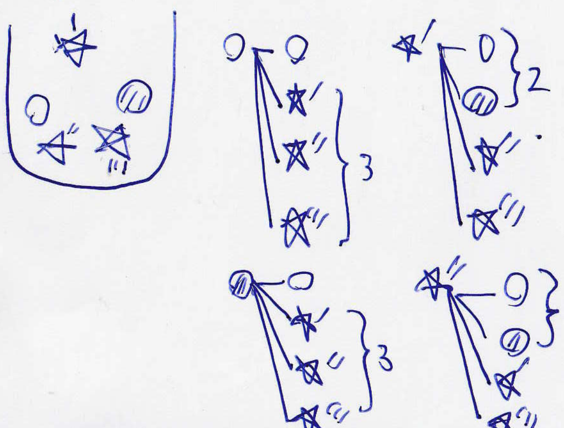
$-13y = -910$

$\therefore y = \frac{990}{13} = 70$　　①より $x = 2 \times 70 + 20 = 160$

$13\overline{)990}$

$\begin{cases} x = 160 \\ y = 70 \end{cases}$ …(答)

(2) 箱の中に、○印を書いたカードが2枚、☆印を書いたカードが3枚入っている。これらをよくかき混ぜてから、1枚ずつ2回、カードを取り出すとき、1回目と2回目に取り出したカードに書かれている印が異なる確率を求めよ。ただし、取り出したカードはもとにもどさないものとする。



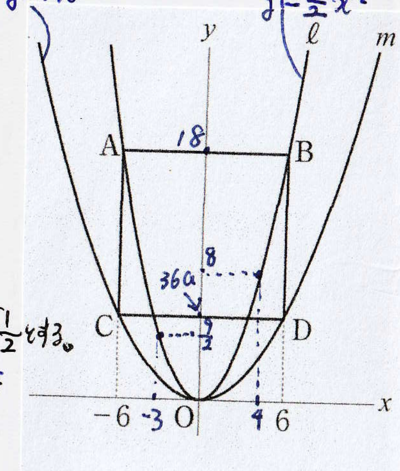
異なる場合：$3 \times 2 + 2 \times 3 = 12$ 通り

全体：$4 \times 5 = 20$ 通り

求める確率：$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

(答) $\frac{3}{5}$

(3) 右の図で、放物線ℓは関数$y = \frac{1}{2}x^2$のグラフで、放物線mは、関数$y = ax^2$のグラフである。放物線ℓ上に、x座標がそれぞれ-6, 6となる点A, Bと、放物線m上に、x座標がそれぞれ-6, 6となる点C, Dをとるとき、次の①、②の問いに答えよ。



① 関数$y = \frac{1}{2}x^2$について、xの変域が$-3 \leqq x \leqq 4$のとき、yの変域を求めよ。

ℓは $x = -3$のとき $y = \frac{1}{2} \times (-3)^2 = \frac{9}{2}$

$x = 4$のとき $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$

よって $0 \leqq y \leqq 8$ …(答)

② 四角形ABCDが正方形となるとき、aの値を求めよ。ただし$a < \frac{1}{2}$とする。

A, B, C, Dのそれぞれの座標は

A … $y = \frac{1}{2} \times (-6)^2 = 18$ ∴ A$(-6, 18)$

B … $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$ ∴ B$(6, 18)$

C … $y = a \times (-6)^2 = 36a$ ∴ C$(-6, 36a)$

D … $y = a \times 6^2 = 36a$ ∴ D$(6, 36a)$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 6 - (-6) = 12$

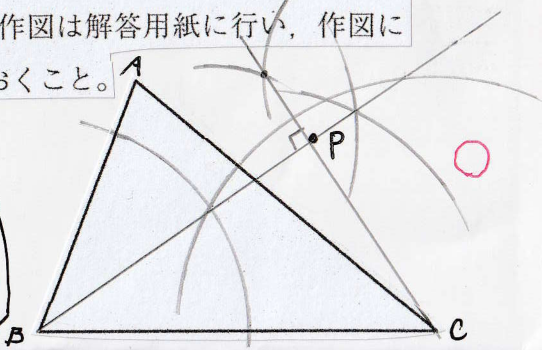
$\overline{AC} = \overline{BD} = 18 - 36a$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ より

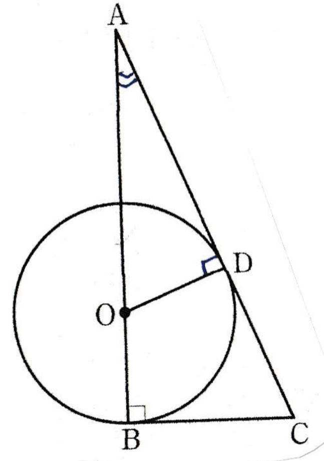
$18 - 36a = 12$　　$\therefore a = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(答) $\frac{1}{6}$

(4) 右の図のような△ABCがある。∠ABCの二等分線上にあり，点Cとの距離が最も短い点Pを，定規とコンパスを用いて，作図によって求め，その点に●をつけなさい。ただし，作図は解答用紙に行い，作図に使った線は消さないでおくこと。

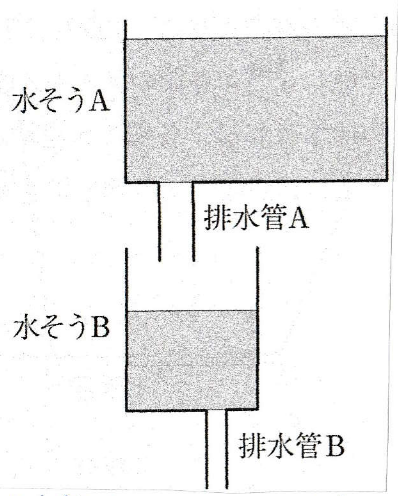


3 右の図のような∠ＡＢＣ＝90°の直角三角形ＡＢＣがある。辺ＡＢ上に点Ｏをとり，点Ｏを中心として半径ＯＢの円Ｏをかく。円Ｏと辺ＡＣが点Ｄで接するとき，△ＡＢＣ∽△ＡＤＯであることを証明しなさい。



△ABC と△ADO において
円の接線はその半径に垂直だから
∠ADO＝∠ABC＝90° ……①
∠Aは共通だから……②，①，②より
2組の角が等しいことになる。
よって △ABC∽△ADO となる。

4 右の図のように，排水管Aがついた水そうAと，排水管Bがついた水そうBがある。最初，水そうAには240Lの水が，水そうBには75Lの水が入っていて，排水管は両方とも閉じている。排水管A，Bは下の表のように制御されていて，排水管Aから出た水はすべて水そうBに入る仕組みになっている。



排水管A	• 水そうBに入っている水の量が40Lより多いときは，閉じている。 • 水そうBに入っている水の量が40Lになると，自動的に開き，毎分15Lの一定の割合で水を出し続けて，水そうBに入っている水の量が100Lになると，自動的に閉じる。 • 水そうAに水がなくなると，自動的に閉じる。
排水管B	• 排水管Bを開くと，毎分5Lの一定の割合で水を出し続ける。 • 水そうBに水がなくなると，自動的に閉じる。

[解]

① 排水管Aが閉じているとき,

$y=75-5x$

yが40になるまでだから

$y=40$として, $40=75-5x$

$\therefore\ 5x=75-40=35 \quad \therefore x=7$

よって $0\leqq x\leqq 7$ ア

xとyの関係を表す式は

$y=75-5x=-5x+75$

$\therefore\ y=-5x+75$ ウ

② 排水管Aが開いているとき,

$7\leqq x$ であること, $15x$/分の水が入ってくること, $x=7$のとき $y=40$であることより,

$y=-5(x-7)+15(x-7)+40$

$=(-5+15)(x-7)+40$

$=10(x-7)+40$

$\therefore\ y=10x-30$ エ

$y=100$のときまでのxの値だから

$100=10x-30$

$\therefore\ x=13$ イ

排水管Bを開いてからx分後に水そうBに入っている水の量をyLとするとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

(1) 排水管Bを開いてから，排水管Bに入っている水の量が初めて100Lになるまでについて，次の表のようにまとめた。[ア]，[イ]には当てはまる数を，[ウ]，[エ]には当てはまる式を，それぞれ答えなさい。

状　態	xの変域	xとyの関係を表す式
① 排水管Aが閉じている。	$0\leqq x\leqq$ [ア] 7	$y=$ [ウ] $-5x+75$
② 排水管Aが開いている。	[ア] 7 $\leqq x\leqq$ [イ] 13	$y=$ [エ] $10x-30$

(2) 水そうA，Bともに水がなくなるのは，排水管Bを開いてから何分後か。求めなさい。

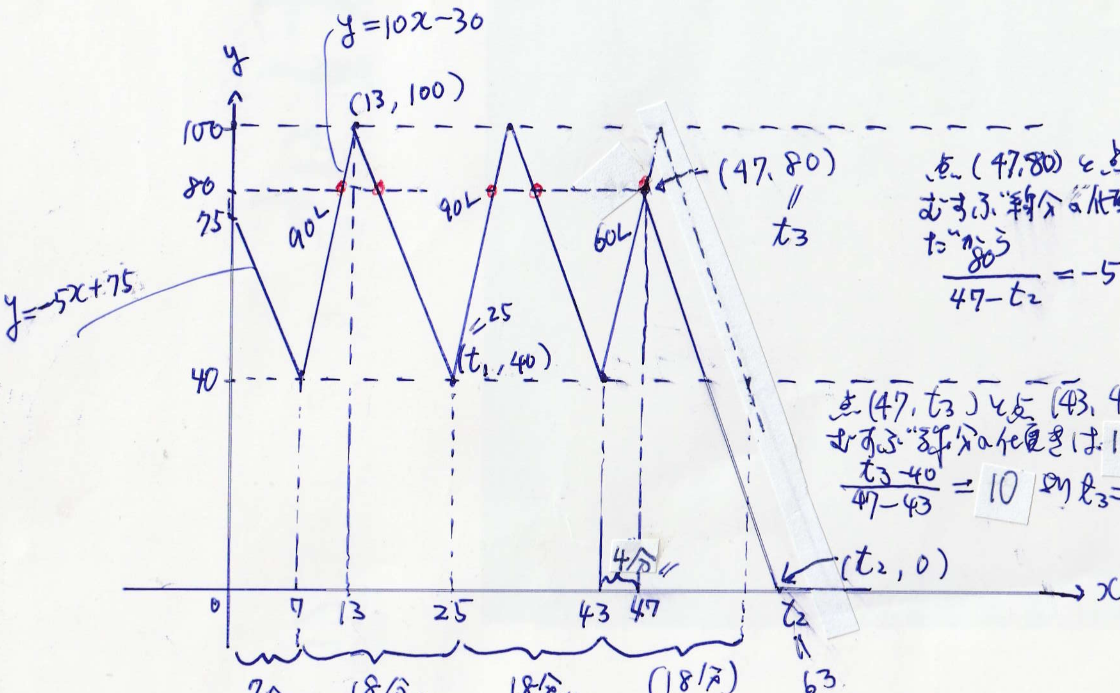
下記のグラフや計算より，求める値をt_2として，計算すると $t_2=63$

(答) 63 分後

(3) 排水管Bを開いてから，水そうA，Bともに水がなくなるまでの間に，水そうBに入っている水の量が80Lとなるのは何回あるか。求めなさい。

下記のグラフより，5回とわかる。

(答) 5回



点(47, 80)と点$(t_2, 0)$をむすぶ線分の傾きが−5だから

$\frac{80}{47-t_2}=-5$ より $t_2=63$

点$(47, t_3)$と点(43, 40)をむすぶ線分の傾きは10より

$\frac{t_3-40}{47-43}=10$ より $t_3=80$

$\frac{100-40}{13-t_1}=\frac{60}{13-t_1}=-5$ より

$5t_1-65=60$ ∴ $t_1=\frac{125}{5}=25$

水そうAは 15L/分 で減るから

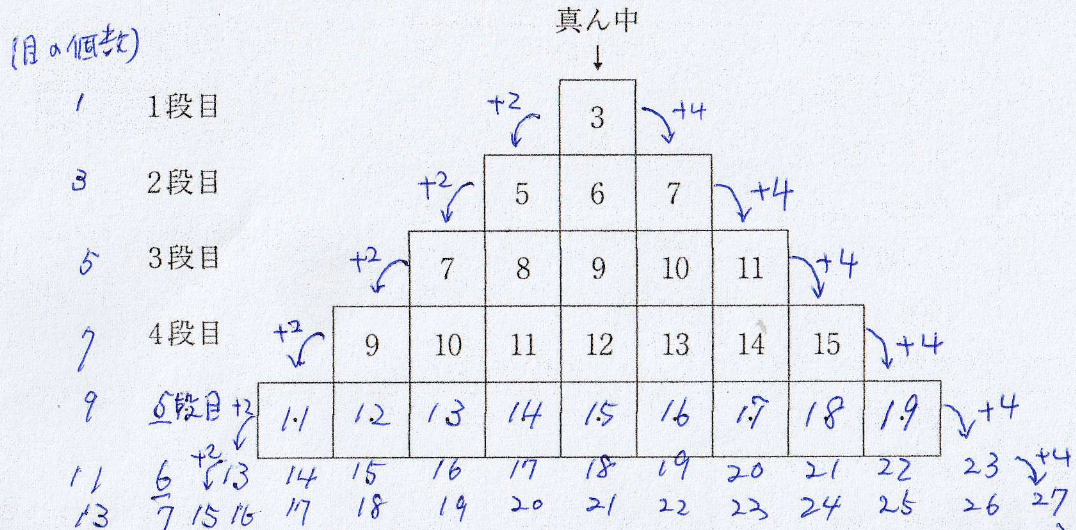
15(13−7)= 90L/周期

最大で240Lだから，2周期+αとなる。

90×2+60=240Lより α=60

60L/15L=4分　43+4=47

5 下の図のように，1段目に1個，2段目に3個，3段目に5個，4段目に7個，…のます目をピラミッド状に並べ，各段の真ん中のます目に，1段目から，3の倍数を，3から小さい順に書いていく。残りのます目には，各段で，左端から右端に向かって1ずつ大きくなるように自然数を書いていく。このとき，次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。



(1) 8段目について，並んでいるます目の個数を求めなさい。また，左端のます目に書かれている数，右端のます目に書かれている数をそれぞれ求めなさい。

15 8 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

並んでいるます目の数：15個

(答)
- ます目の個数 15(個)
- 左端のます目 17
- 右端のます目 31

(2) n段目について，並んでいるます目の個数をnを用いて表しなさい。また，左端のます目に書かれている数，右端のます目に書かれている数をそれぞれnを用いて表しなさい。ただし，nは2以上の自然数とする。

(個数) (段) (左端) (右端)

$2n-1$ n段目 $3+2(n-1)$ ---------- $3+4(n-1)$

$=2n+1$ $=4n-1$

(答)
- 個数 $2n-1$(個) ○
- 左端 $2n+1$ ○
- 右端 $4n-1$ ○

(3) 30が書かれているます目は何個あるか。求めなさい。

(n)	(左端)		(右端)
8	17	---------- 30	31
9	19	---------- 30 31 32 33 34 35	39
10	21	------- 30 ----------	39
11	23	---- 30 ----------	43
12	25	--- 30 ----------	47
13	27	28 29 30 ----------	51
14	29	30 ----------	55
15	31	----------	59

左図より，$n=8\sim14$の中に存在し，30のます目は7個

(答) 7(個) ○

(4) a段目と$(a+1)$段目に並んでいるます目に書かれている数をすべてたすと，3171となった。このとき，aの値を求めなさい。

a段目のすべて数の和をA，$(a+1)$段目のすべての数の和をBとする。

$A=(2a+1)+(2a+2)+\cdots\cdots+(4a-1)$

$+)\ A=(4a-1)+(4a-2)+\cdots\cdots+(2a+1)$

$2A=6a+6a+\cdots\cdots+6a$

$=6a\times[4a-1-\{(2a+1)-1\}]$

$=6a(2a-1)$

$\therefore A=3a(2a-1)=6a^2-3a$ ---①

Bの場合はAの$a\to(a+1)$に代わるから，

$B=3(a+1)\{2(a+1)-1\}$

$=6a^2+9a+3$ ---②

①,②より

$A+B=3171$

これを計算すると，

$12a^2+6a+3=3171$

$3(4a^2+2a+1)=3171$

$4a^2+2a+1=1057$

$\therefore 4a^2+2a-1056=0$

$2a^2+a-528=0$ ---③

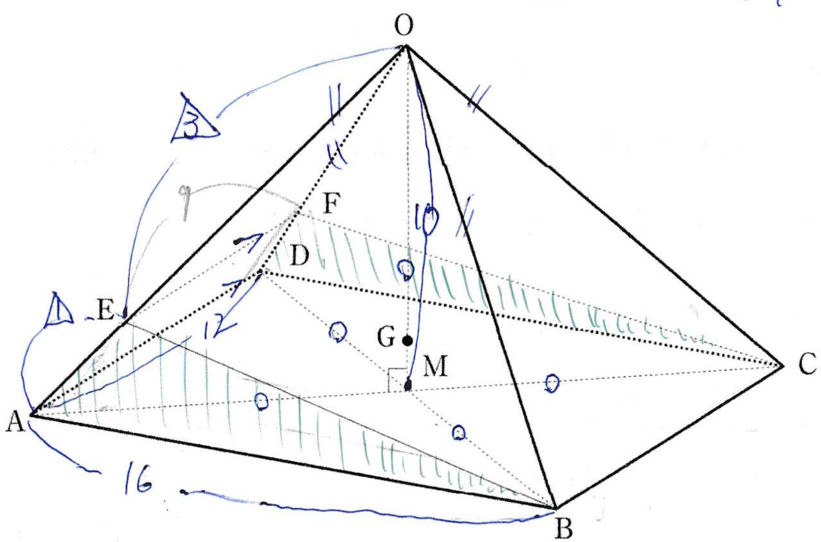
③より解の公式を用いて計算すると，$a=16,\ -\frac{33}{2}$

よって，適するのは，$a=16$ (自然数のみ)

(答) 16 ○

6 下の図のように，ＡＢ＝16cm，ＡＤ＝12cmの長方形を底面とし，ＯＡ＝ＯＢ＝ＯＣ＝ＯＤの四角すいＯＡＢＣＤがある。線分ＡＣと線分ＢＤの交点をＭとすると，ＯＭ＝ＡＭ＝ＢＭ＝ＣＭ＝ＤＭ＝10cmである。辺ＯＡ上にＯＥ：ＥＡ＝３：１となる点Ｅをとる。点Ｅを通り辺ＡＤに平行な直線と辺ＯＤとの交点をＦとする。また，平面ＥＢＣＦと線分ＯＭとの交点をＧとする。このとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

(単位：cm)



(1) 四角すいＯＡＢＣＤの体積を求めなさい。

この体積をVとすると，
$V = \square ABCD \times OM \times \frac{1}{3}$
$= 12 \times 16 \times 10 \times \frac{1}{3}$
$= 640$

(答) $640\ cm^3$

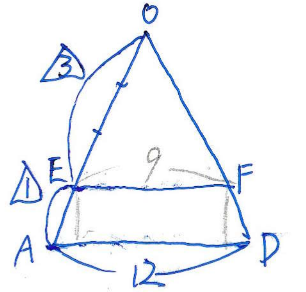
(2) 線分ＥＦの長さを求めなさい。

$(3+1):12=3:EF$

$1:3=3:EF$

$\therefore EF=3\times3=9$

(答) 9cm



(3) 線分ＯＧの長さを求めなさい。

右図のように△OACを平面として見る。
OMとECの交点をGとする。

点からOMに垂線を引いてできる交点をHとする。(EH∥AC)

$OH=10\times\frac{3}{4}=\frac{15}{2}$

$MH=10\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$

$EH=10\times\frac{3}{4}=\frac{15}{2}$

△EHG ∽ △CMG
(それぞれの内角が等しいから)

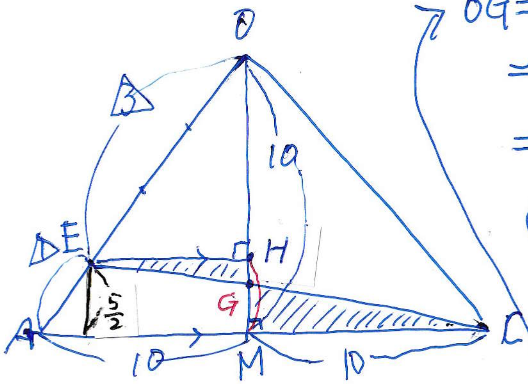
EH : CM = HG : MG より

$\frac{15}{2}:10=HG:MG$, $HG+MG=MH=10\times\frac{1}{4}=\frac{5}{2}=\frac{3}{4}MG+MG=\frac{7}{4}MG$

$3:4=HG:MG \rightarrow HG=\frac{3}{4}MG$ $\quad \therefore MG=\frac{10}{7}$

$OG=OM-MG$
$=10-\frac{10}{7}$
$=\frac{60}{7}$

(答) $\frac{60}{7}$ cm



(4) 立体ＥＡＢ－ＦＤＣの体積を求めなさい。

ここがミソ!

点Eから辺ADと辺BCにそれぞれ垂線を引き、できた交点をそれぞれI、Jとする。
同様に点Fから辺ADと辺BCにそれぞれ垂線を引き、できた交点をそれぞれK, Lとする。
すると三角柱EIJ－FKLを中心におき、その両端に四角すいE－ABJIとF－KLCDができ、それらの合計の体積が、立体EAB－FDCの体積となる。それぞれの立体の高さは、$HM=\frac{5}{2}$に等しい。求める体積をVとすると、

$V=16\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\times9+16\times\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}\times2$

(三角柱EIJ－FKLの体積) (四角すいE－ABJIの2倍の体積)

$=180+40=220$

(答) 220 cm^3

斜線の立体は三角柱EIJ－FKL