1 次の(1)〜(10)の問いに答えよ。

(1) $-9+15\div(-3)$

$=-9-\frac{15}{3}$

$=-9-5=-14$

(2) $2(a+4b)-(7a-b)$

$=2a+8b-7a+b$

$=-5a+9b$

(3) $(-3a)^2\times(-2ab^2)$

$=9a^2\times(-2ab^2)$

$=-18a^3b^2$

(4) 連立方程式を解け

$\begin{cases} y=-3x+5 & \cdots ① \\ 3x+4y=-7 & \cdots ② \end{cases}$

①より $3x+y-5=0$ …①'

②より $-)\ 3x+4y+7=0$ …②'

①'−②'… $-3y-12=0$

$\therefore y=-4$

①'より $3x+(-4)-5=0$

$\therefore 3x=9 \quad \therefore x=3$

(答) $\begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}$

(たしかめ) ①より $-4=-3\times3+5=-4$ (OK) ②より $3\times3+4\times(-4)=9-16=-7$ (OK)

(5) $\sqrt{10}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}$

$=\sqrt{5}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}+\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

(6) 2次方程式を解け。

$x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1,\ 7$

$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & -7 \end{array}$
$1-7=-6$

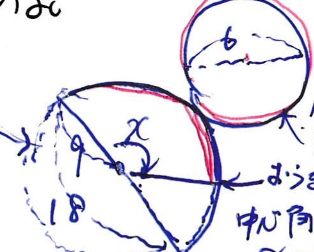
(7) yはxに比例し、$x=-4$のとき、$y=32$である。このとき、yをxの式で表せ。

$y=ax$ (a:比例定数)

$32=-4a \quad \therefore a=-8$

よって $y=-8x$

(8) 右の図のように、母線の長さ9cm、底面の直径6cmの円すいがある。この円すいの展開図で、側面になるおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。



大円の円周は $2\times9\pi=18\pi$

小円の円周は6π

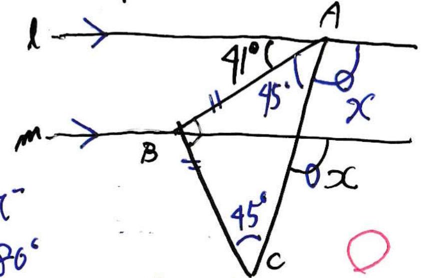
おうぎ形の弧の長さも6π

中心角をxとすると

$x=360°\times\frac{6\pi}{18\pi}=120$

(答) 120°

(9) 右の図のように、直線ℓ, m上にそれぞれ、点A, Bがある。$\ell \parallel m$で、△ABCが∠ABC=90°の直角二等辺三角形であるとき、∠xの大きさを求めよ。



右図より

∠xと● の角度は等しい。

また∠BAC=45°なので

$41°+45°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=180°-(41°+45°)$

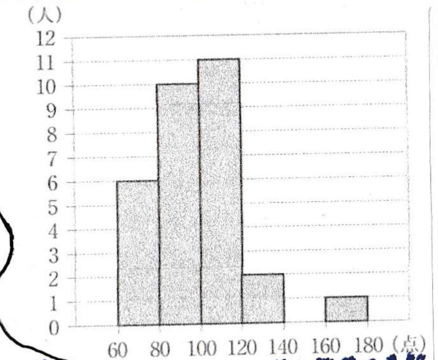
$=94$

(答) 94°

(10) 下の図は、子ども会の祭りに参加した30人が1人1回ずつあるゲームを行ったときの得点をヒストグラムに表したものである。このとき得点の最頻値を求めよ。また、得点の中央値が入っている階級の相対度数を小数第3位を四捨五入して、小数第2位まで答えよ。

① 最頻値の問題では、100〜120点の人が11人と最も多い。その平均が最頻値となる。$\frac{100+120}{2}=110$点 (答)

30人 ② 中央値の問題では、30人中の中央が15人目と16人目になる。100点までに16人居るから、中央値は80〜100点の階級に入っている。



相対度数 $=\frac{\text{その階級の度数}}{\text{その度数の合計}}$

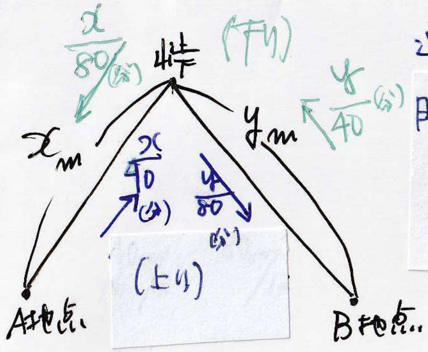
$=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}=0.333$

$\fallingdotseq 0.33$ …(答)

(小数第3位を四捨五入)

[2] 次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) 右の図のように，ふもとのA地点から峠までの道のりは x m，峠からふもとのB地点までの道のりは y m である。上りは毎分40m，下りは毎分80mのそれぞれ一定の速さで進むものとすると，A地点からB地点まで行くのに50分かかり，B地点から峠を通って A地点まで行くのに55分かかる。x と y の値をそれぞれ求めよ。



速さ×時間＝距離より

$$時間 = \frac{距離}{速さ}$$ だから

(上り) $\frac{x}{40} + \frac{y}{80} = 50$ (分) ---①

(下り) $\frac{y}{40} + \frac{x}{80} = 55$ (分) ---②

①と②をその両辺を80倍して整理すると，

$$\begin{cases} 2x + y = 4000 \quad \cdots ①' \\ x + 2y = 4400 \quad \cdots ②' \end{cases}$$

①'と②'の連立方程式を解く。

$$\begin{array}{rrl} ①' \times 2 & \cdots & 4x + 2y = 8000 \\ -) \ ②' & \cdots & x + 2y = 4400 \\ \hline & & 3x \quad\ = 3600 \end{array}$$

$\therefore x = 1200$

①'より

$y = 4000 - 2x$

$= 4000 - 2 \times 1200$

$= 1600$

(答) x : 1200 (m)
y : 1600 (m)

○

(2) 1から6までの目のついた1つのさいころを2回投げたとき，1回目に出た目の数を a，2回に出た目の数を b とする。このとき $\sqrt{a+b}$ が整数となる確率を求めよ。

$p = \sqrt{a+b}$ とすると

$p^2 = a+b$ が整数となる場合だから，$a+b$ が 4, 9, 16, … であるが $a+b$ では，4と9である。

a	b						$a+b$
1	1	2	3	4	5	6	4
2	1	2	3	4	5	6	4
3	1	2	3	4	5	6	4, 6
4	1	2	3	4	5	6	5
5	1	2	3	4	5	6	4
6	1	2	3	4	5	6	3

7通り

全ての組合せは $6^2 = 36$ 通りだから

求める確率は $\frac{7}{36}$ となる。

(答) $\frac{7}{36}$

○

(3) 温度を表す単位はいくつかあり、日本で一般的に使われている摂氏（℃）の他に、華氏（°F）などがある。摂氏 x 度を華氏 y 度に変換する式は、$y=\frac{9}{5}x+32$ で表される。例えば、摂氏0°は華氏32°である。このとき、次の①、②の問いに答えよ。

① 華氏50°は摂氏何度か、求めよ。

$50=\frac{9}{5}x+32$ より $\frac{9}{5}x=50-32=18$ ∴ $x=18\times\frac{5}{9}=10$ (答) 10℃ ○

② 関数 $y=\frac{9}{5}x+32$ について、x の値が15から25まで増加するときの y の増加量を求めよ。

(後から前を引く)

y	$59\longrightarrow 77$
x	$15\longrightarrow 25$

㋐において

$x=15$ のとき

$y=\frac{9}{5}\times15+32=59$

$x=25$ のとき

$y=\frac{9}{5}\times25+32=77$

x の増加量：$25-15=10$

y の増加量：$77-59=18$ ○

(答) 18

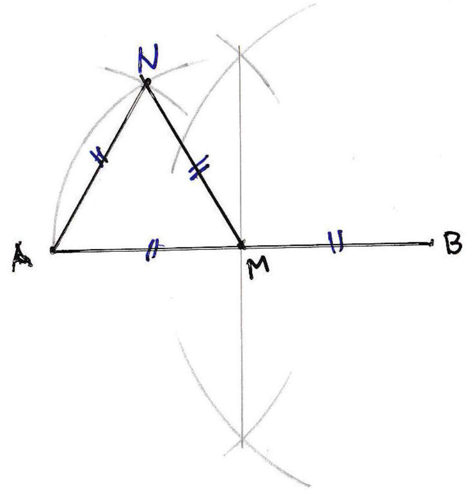
(参考)

変化の割合 $=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$

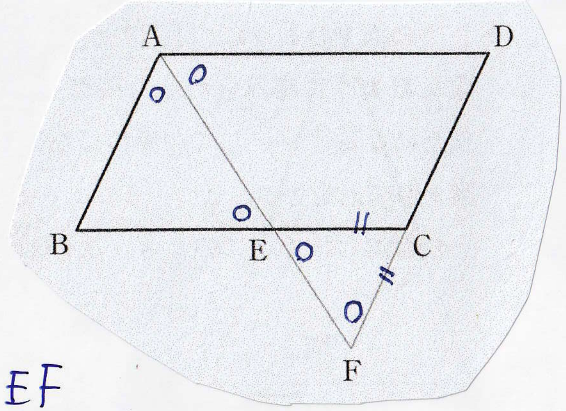
(4) 下の図のような線分ABがある。

線分ABの中点をMとし、線分ABの上側に、線分AMを1辺とする正三角形AMNを、定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。



3 右の図のように、AB＜AD である平行四辺形ABCD がある。∠BAD の二等分線を引き、辺BC、辺DC の延長線との交点をそれぞれ E，F とする。このとき、CE＝CF であることを証明せよ。



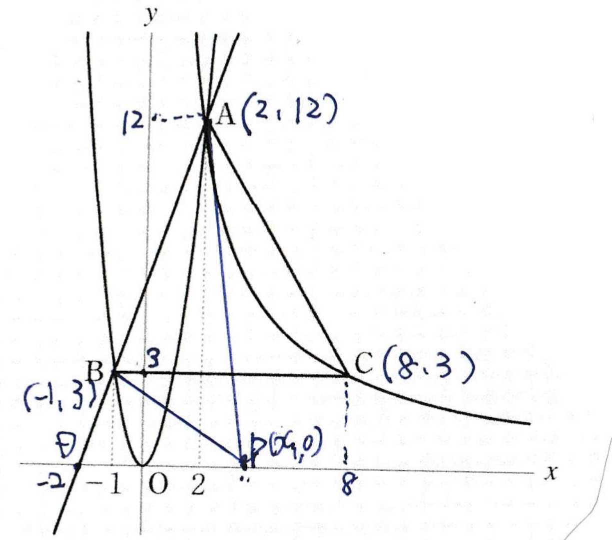
平行四辺形ABCDにおいて
∠BADの二等分線を引いたときにできる，辺BCとの交点E との関係を見てみる。

AD // BC により，∠BAE＝∠DAE＝∠AEB＝∠CEF
(平行線と直線による錯角は等しいことと，対頂角は等しい)

また AB // DF により ∠BAE＝∠CFE (平行線と直線による錯角は等しい)

よって△CEFにおいて，∠CEF＝∠CFE が成り立ち，△CEFは
二等辺三角形であるといえる。よって CE＝CF は証明できる。
(点Cを頂点とする)

4 右の図で、関数 $y=3x^2$ のグラフと関数 $y=\frac{a}{x}$ $(x>0)$ のグラフが点Aで交わっていて、点Aの x 座標は2である。また関数 $y=3x^2$ のグラフ上に、x 座標が -1 となる点Bをとり、点Bを通り x 軸に平行な直線を引き、$y=\frac{a}{x}$ のグラフとの交点をCとする。このとき次の(1)〜(4)の問いに答えよ。



(1) a の値を求めよ。

$y=3x^2$ ···①

$y=\frac{a}{x}$ ···②

①, ②より $3x^2=\frac{a}{x}$ ∴ $a=3x^3$

点Aの x 座標は2だから、$a=3\times 2^3=24$

(答) 24

(2) 2点A, Bを通る直線の式を求めよ。

点Aの x 座標は2だから、$y=3x^2=3\times 2^2=12$

よって点A(2, 12)である。(②に代入しても同じ結果)

点Bの x 座標は -1 だから、$y=3x^2=3\times(-1)^2=3$

よって点B(−1, 3)である。直線ABの式を $y=ax+b$ とおき、それぞれ点A, Bの座標を代入すると

$12=2a+b$ ···㋐

$-)\ 3=-a+b$ ···㋑

$9=3a$ ∴ $a=3$

㋐に代入して

$12=2\times 3+b$ ∴ $b=6$

よって $y=3x+6$ ···(答)

(3) △ABCの面積を求めよ。

$y=\frac{a}{x}=\frac{24}{x}$ のグラフにおける点Cの座標は $y=3$ を代入して

$3=\frac{24}{x}$ ∴ $x=\frac{24}{3}=8$

よって点C(8, 3)

△ABCは底辺を9 $\{8-(-1)=9\}$ 高さを9 $(12-3)$ とする三角形である。

この面積をSとすると、

$S=\frac{1}{2}\times 9\times 9=\frac{81}{2}$

(答) $\frac{81}{2}$

(4) x 軸上に点Pをとる。△ABPの面積が△ABCの面積の $\frac{4}{3}$ 倍となるとき、点Pの x 座標を求めよ。ただし、点Pは直線ABの右側にあるものとする。

問題(3)の答えより、直線ABは $y=3x+6$ この直線と x 座標の交点をDとすると、点Dの x 座標は -2 となる。

また点Pの x 座標を x_1 とする。△ABPの面積をS1、△BDPの面積をS2、△ADPの面積をS3とすると

$S1=S3-S2=S\times\frac{4}{3}=\frac{81}{2}\times\frac{4}{3}=54$

$S3=\{x_1-(-2)\}\times 12\times\frac{1}{2}=6x_1+12$

$S2=\{x_1-(-2)\}\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}x_1+3$

∴ $S1=6x_1+12-(\frac{3}{2}x_1+3)=\frac{9}{2}x_1+9$

よって $\frac{9}{2}x_1+9=54$ より $x_1=10$ (答) 10

5 下の図1のように，1辺の長さが1cmのタイルを，上の段に2個，下の段に3個，辺と辺がぴったり重なるように組み合わせた図形をたくさん用意した。下の図2のように，図1の図形を上下の向きが交互になるようにして右側につなげて図形をつくっていく。図1の図形を1つ置いた図形を1番目とし，図1の図形を2つ，3つ，4つ，…とつなげてできあがった図形を，それぞれ2番目，3番目，4番目，…の図形とする。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図1

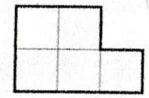
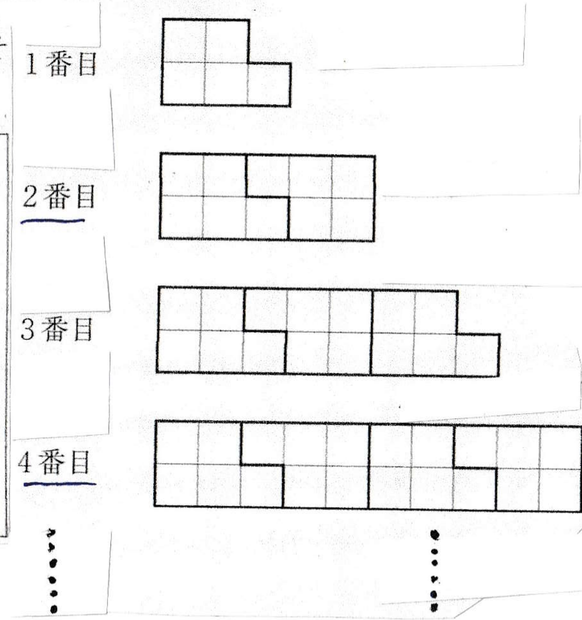


図2



(1) 次の ア ～ ウ には当てはまる数を， エ には当てはまるkを用いた式を，それぞれ答えなさい。

> $2k$番目（偶数番目）の図形の周の長さについて考える。ただし，kは自然数とする。
> $k=1$のとき，つまり，2番目の図形の周の長さは，14cmである。
> また，$k=2$のとき，つまり，4番目の図形の周の長さは，ア 24 cmで， $10\times2+4$
> $k=3$のとき，つまり，6番目の図形の周の長さは，イ 34 cmである。 $10\times3+4$
> 同様にして考えていくと，$2k$番目の図形の周の長さは，$k=1$のとき，14cmで，その後，kの値が1増えるごとに， ウ 10 cmずつ増えることがわかる。
> したがって，$2k$番目の図形の周の長さは，（ エ $10k+4$ ）cmと表される。

($k=3$)
$2k$番目

$10k+4=10\times3+4$
$=34$

5

(2) kを自然数とするとき，$2k-1$番目(奇数番目)の図形の周の長さを，kを用いた式で表しなさい。

	$2k-1$ 番目	周の長さ
$k=1$	1 〃	10
$k=2$	3 〃	20
$k=3$	5 〃	30

つまり 周の長さは $10k$　　(答) $10k$

(3) 周の長さが90cmである図形の面積を求めなさい。

① $2k$番目 の場合　$10k+4=90$
$10k=86$
$k=8.6$ (kは自然数 より不適)

② $2k-1$番目の場合　$10k=90$
$k=9$ (ok)

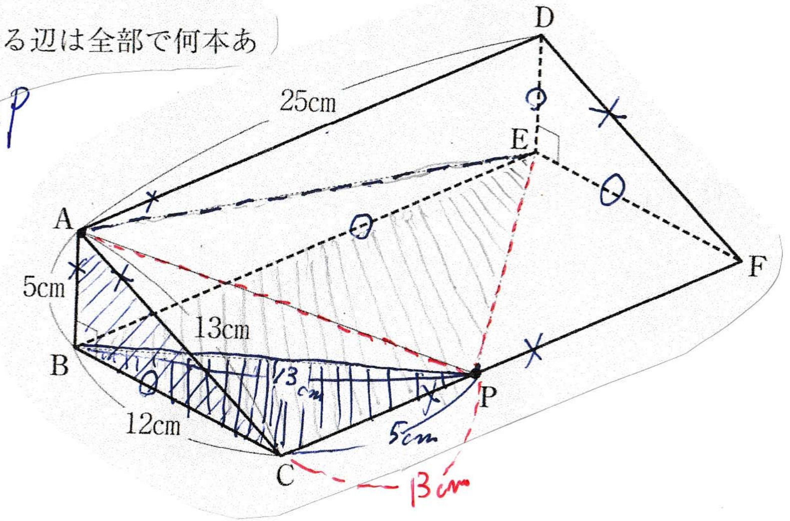
横 1辺の長さは $\frac{90-4}{2}=43$
縦 1辺の長さは 2

よって $43\times 2=86$

ところが ① の場合は，1個分のタイルが欠けるので
求める面積をSとすると，$S=86-1=85$　(答) 85cm^2

(別解) ～別冊解答～
$2k-1$番目だから
$2\times 9-1=17$ 番目
1番目単位に 5cm^2 だから
$5\times 17=85$
よって (答) 85cm^2

6 下の図のように，ＡＢ＝5cm，ＢＣ＝12cm，ＣＡ＝13cm，∠ＡＢＣ＝90°の△ＡＢＣを底面とし，ＡＤ＝ＢＥ＝ＣＦ＝25cmの三角柱ＡＢＣ－ＤＥＦがある。また，辺ＣＦ上に，点Ｃ，Ｆと異なる点Ｐをとる。このとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。



(1) 三角柱ＡＢＣ－ＤＥＦの辺を直線とみるとき，直線ＡＰとねじれの位置にある辺は全部で何本あるか，答えなさい。

点A，点Pに接触している辺は対象外。また直線DFは，直線APと同一平面内にあり，対象外である。(—×—) 直線APと平行である直線も対象外。(ここには存在しない) よって残りの辺(—○—)が対象の辺である。 (答) 4本 ○ (BC，BE，EF，DE)

(2) 三角柱ＡＢＣ－ＤＥＦの体積を求めなさい。

△ABCの面積をS1とし，求める体積をV1とすると，

$V1 = S1 \times \overline{AD} = 5 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 25 = 750$

(答) 750 cm³ ○

(3) ＢＰ＝13cmとなるとき，三角すいＡＢＣＰの表面積を求めなさい。

△ABCと△PCBにおいて，お互いに斜辺の長さが等しい直角三角形である。よって，△ABC≡△PCB ……①

よって，PC＝5cmとなる。△PCAも直角三角形である。三角すいABCPの表面積をSとすると，

$S = \frac{2(5 \times 12) + 2(5 \times 13)}{2} = 125$

(答) 125 cm² ○

(4) ＡＰ＋ＰＥの長さが最も短くなるとき，立体ＡＤ－ＥＰＦの体積を求めなさい。

この立体の一部を展開すると右図のようになり，AP＋PEの最短は $\overline{AE}$ となり，AEとCFの交点が点Pとなる。よって $\overline{CP} = 13$ となる。

立体AD－EPFの体積をV，四角すいA-BCPEの体積をV2とすると，

$V = V1 - V2$ ---②

$V2 = \frac{12(25+13)}{2} \times 5 \times \frac{1}{3} = \frac{12 \times 38 \times 5}{2 \times 3} = 380$

②より $V = 750 - 380 = 370$

(答) 370 cm³ ○

(単位：cm)

この立体の一部を展開すると，下図。