2019年度 第5回 新潟県統一模試 (中3生) 数学

1 次の(1)〜(10)の問いに答えよ。

(1) $7-4\times4$

$=7-16=-9$ ○

(2) $3(-a-2b)-2(-5a+b)$

$=-3a-6b+10a-2b$

$=7a-8b$ ○

(3) $a^3b\times a^2b^2\div ab^3$

$=\dfrac{a^3b\times a^2b^2}{ab^3}$

$=a^4$ ○

(4) 連立方程式を解け。

$$\begin{cases}5x+2y=-9 & \text{---①}\\ x-4y=7 & \text{---②}\end{cases}$$

$10x+4y=-18$ ---①×2

$+)\ \ x-4y=7$ ---②

$11x=-11$ ∴ $x=-1$

①より $\dfrac{-5x-9}{2}=y=\dfrac{-5\times(-1)-9}{2}$

$=\dfrac{-4}{2}=-2$

(答) $\begin{cases}x=-1\\ y=-2\end{cases}$ ○

(たしかめ ①と②に代入

$5\times(-1)+2\times(-2)=-9$ ok

$-1-4\times(-2)=7$ ok)

(5) $\sqrt{18}\div\sqrt{3}+4\sqrt{6}$

$=\sqrt{\dfrac{18}{3}}+4\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}+4\sqrt{6}=5\sqrt{6}$ ○

(6) 2次方程式を解け。

$2x^2+7x+1=0$

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times2\times1}}{2\times2}$

$=\dfrac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$ ○

$49-8=41$

(7) 2次方程式 $x^2-6x+a=0$ の解が1つであるとき、aの値とこの2次方程式の解を求めよ。

x^2-6x+a

$=x^2-6x+3^2-3^2+a$

$=(x-3)^2+a-9$

よって $a-9=0$

つまり $a=9$ のとき ○

x^2-6x+9

$=(x-3)^2=0$

となり、1つの解は

$x=3$ となる。○

(8) yはxに反比例し、$x=-4$のとき$y=-10$である。$x=5$のときyの値を求めよ。

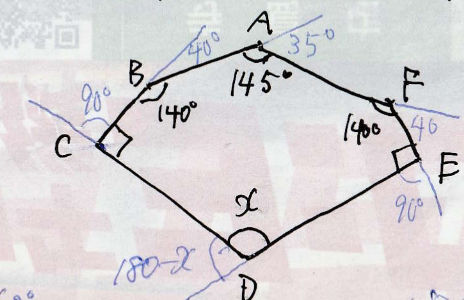
反比例の式は $y=\dfrac{a}{x}$ ---① (aは比例定数) と表せる。

①に $x=-4$, $y=-10$ を代入すると $-10=\dfrac{a}{-4}$

よって $a=40$ となる。よって①は $y=\dfrac{40}{x}$ ---② となる。

②に $x=5$ を代入すると、$y=\dfrac{40}{5}=8$ (答) 8 ○

(9) 右の図の六角形ABCDEFで$\angle A=145^\circ$, $\angle B=\angle F=140^\circ$, $\angle C=\angle E=90^\circ$である。このとき、$\angle x$の大きさを求めよ。



この六角形の外角を記すと右図のようになる。

多角形の外角の和は360°であるから、

$(180-x)+90+40+35+40+90=360^\circ$

∴ $180+130+130+35^\circ-360=x$

∴ $x=115^\circ$

(答) 115° ○

$180+260=440$

$440+35=475$

$475-360=115$

(10) 下の表は、陸上部20人と野球部20人の握力の記録を度数分布表にまとめたものである。
握力の最頻値は、どちらの方が何kg大きいか。求めよ。

階級(kg) 以上 ～ 未満	度数(人) 陸上部	度数(人) 野球部
15 ～ 20	1	0
20 ～ 25	1	1
25 ～ 30	6	3
30 ～ 35	5	5
35 ～ 40	4	7
40 ～ 45	0	2
45 ～ 50	3	2
計	20	20

・陸上部： $\frac{25+30}{2} = 27.5$ (最頻値) ─①
(6人)

・野球部： $\frac{35+40}{2} = 37.5$ (最頻値) ②
(7人)

27.5

37.5

①,②より $37.5 - 27.5 = 10$

野球部の方が10kg大きい (答)

2 次の(1)〜(3)の問いに答えよ。

(1) 現在、Aさんの祖父とAさんの年齢の差は60才である。丁度4年後、Aさんの祖父の年齢は、Aさんの年齢の5倍となる。現在のAさんの祖父の年齢とAさんの年齢は、それぞれ何歳か。求めよ。

現在のAさんの祖父の年齢を x 才
〃のAさんの　年齢を y 才とする。

$x-y=60$ ……①

4年後は
$(x+4)=5(y+4)$ ……②

② を整理すると

$x+4=5y+20$
$\therefore x-5y=16$ ……②'

$x-y=60$ ……①
$-)\ x-5y=16$ ……②
$4y=44 \quad \therefore y=11$

①より $x=y+60=11+60=71$

$\begin{cases} x=71 \\ y=11 \end{cases}$

(答) 現在のAさんの祖父の年齢：71才
現在のAさんの年齢：11才

(2) 箱の中に数字を書いた5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ が入っている。これらをよくかき混ぜてから、2枚のカードを同時に取り出すとき、それぞれのカードに書かれている数の和が3の倍数となる確率を求めよ。

$\boxed{1}$ — 2, 3, 4, 5　$\boxed{2}$ — 1, 3, 4, 5　$\boxed{3}$ — 1, 2, 4, 5　$\boxed{4}$ — 1, 2, 3, 5　$\boxed{5}$ — 1, 2, 3, 4

ダブっている組み合わせを外していく。

結局、
2枚のカードを同時に取り出すときの組合わせは下記になる

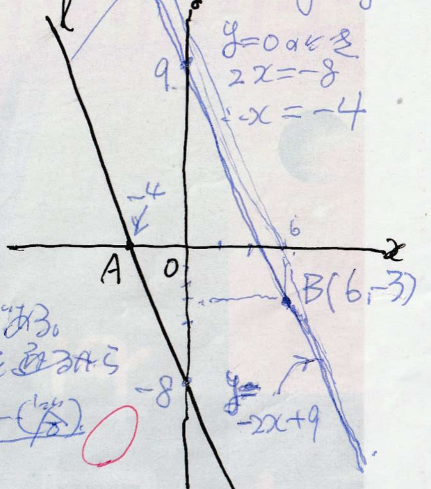
$\boxed{1}$ — 2・, 3, 4, 5・　$\boxed{2}$ — 3, 4・, 5　$\boxed{3}$ — 4, 5　$\boxed{4}$ — 5・

……（10通り）

・印の組合わせが3の倍数となる。……（4通り）

よって $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$　　(答) $\frac{2}{5}$

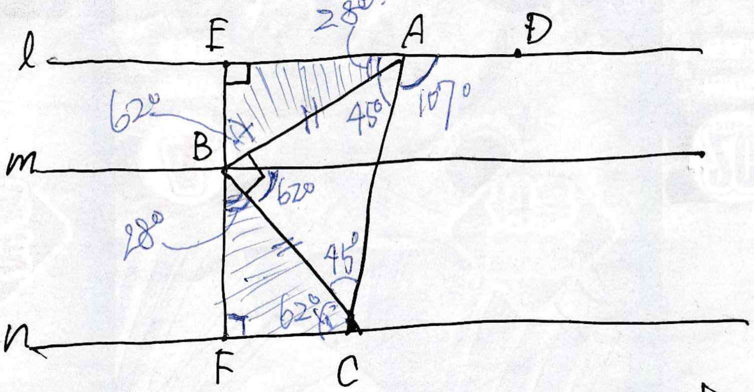
(3) 右の図で、直線 ℓ は関数 $y=-2x-8$ である。直線 ℓ と x 軸との交点をAとする。座標が $(6,-3)$ の点Bをとる。このとき次の①、②の問いに答えよ。



① 点Aの座標を求めよ。
右のグラフの上部のように計算すると、(答) A(−4, 0)

② 点Bを通り、直線 ℓ に平行な直線の式を求めよ。
この直線は直線 ℓ に平行だから、傾きは−2である。
よって $y=-2x+n$ と表せる。点B(6, −3)を通るから
$-3=-2\times 6+n$
$\therefore n=-3+12=9$
→ よって $y=-2x+9$ (答) となる。

3 右の図で、△ABCは∠ABC=90°、AB=BCの直角形である。（二等辺三角）
直線l, m, nはどれも平行で、それぞれの点A, B, Cを通っている。点Dは直線l上の点で、点Aより右側にある。点Bを通り直線lに垂直な直線を引き、直線l, nとの交点をそれぞれE, Fとする。
このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。



(1) ∠BCF=62°のとき、∠CADの大きさを求めよ。

∠ACF = ∠CAD = 62°+45° = 107°　(∠ACB = ∠CAB = 45°)

(直線l // 直線nにおいて直線ACでできる錯角は等しい)　答）107°

180°
−152°
28

(2) △ABE ≡ △BCF であることを証明せよ。

※別解として解答冊子のように直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいことを書いても良し。

∠BAE = 180 − (45+107) = 28°　∴∠BAE = ∠CBF ---①

∠CBF = 90° − 62° = 28°

∠ABE = 90° − 28° = 62°、∠BCF = 62°より、∠ABE = ∠BCF ---②

AB = BC ---③　よって、三角形である△ABEと△BCFにおいて、1辺の長さとその両端の角度がそれぞれ等しく、△ABE ≡ △BCFが成り立つ。

4 下の図1のように、1辺の長さが6cmの正方形ABCDと1辺の長さが3cmの正方形EFGH（Pとする）と、LK=6cm、JK=3cmの長方形IJKL（Qとする）が直線l上に並んでいる。辺DCと辺EFは重なっていて、2点G, Jの距離は3cmである。PとQを固定し、正方形ABCDを図1の状態から直線lに沿って、下の図2のように、矢印の向きに動かす。2点F, Cの距離をxcmとしたとき、正方形ABCDとP, Qの重なった部分の面積をycm²とする。ただし、正方形ABCDがPとQの両方に重なるときは、重なった部分の面積の和をycm²とする。下の図3は、図1の状態から辺DCと辺HGが重なるまでの、xとyの関係をグラフに表したものである。このとき、次の(1)〜(4)の問いに答えよ。ただし、辺DCと辺EFが重なっているとき、辺ABと辺JKが重なっているときは、y=0とする。

図1

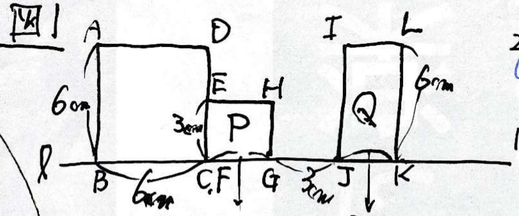


図2

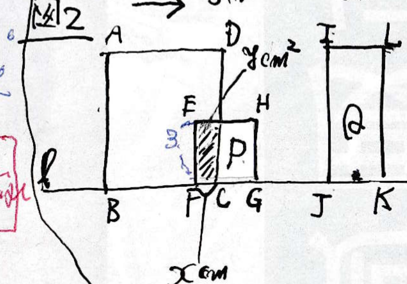
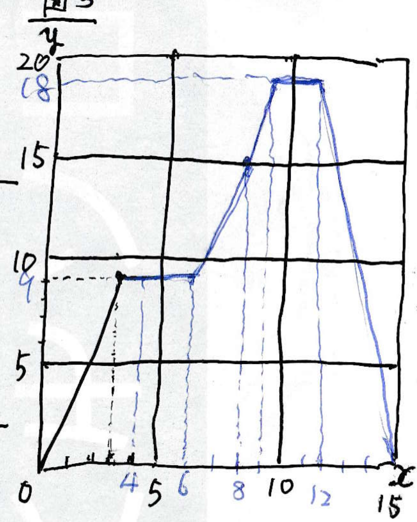


図3

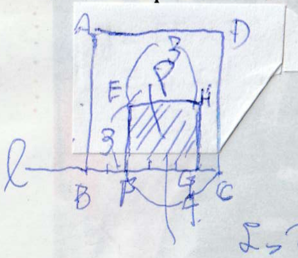


(1) 0≦x≦3のとき、yをxの式で表せ。

y=3x において 0≦x≦3 のときならば、図3のグラフの通りである。　答）y=3x

④ (2) 次の①,②について、yの値を求めよ。

① $x=4$のとき.

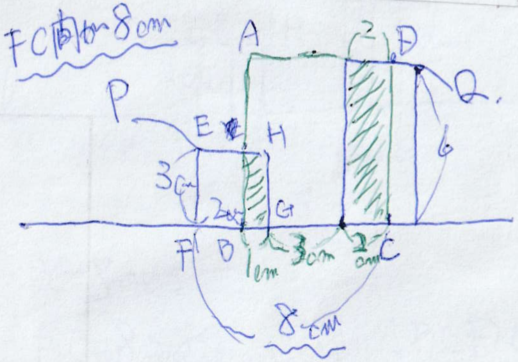


$x=4$のとき
FC=4より
Pは正方形ABCD
内にすっぽり入ってしまう。
よって、Pそのものの面積が
yとなる。 (答) 9

○

$y=3^2=9\,cm^2$

② $x=8$のとき.



上図のようになり.
P内,Q内で斜線の部分
が重なっている。

つまり

○

$y=3\times1+6\times2$
$=3+12=15\,cm^2$

答 15

(3) 次の①,②について、yをxの式で表せ。

① $6\leqq x\leqq 9$のとき.

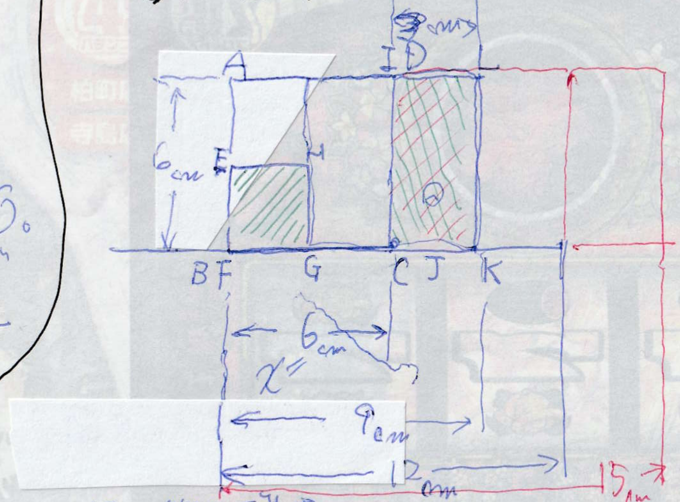


図3のグラフでは
(6, 9), (8, 15)を通るから
$y=mx+n$として

$9=6m+n$
$-)\ 15=8m+n$
$-6=-2m$
$\therefore m=3.$
$9=6\times3+n$
$=18+n$
$\therefore n=-9$

よって
$y=3x-9$ (答)

○

$x=9$のとき
$y=27-9$
$=18$

② $12\leqq x\leqq 15$のとき.

$x=9\sim12$のときは $y=18$

$x=12\sim15$までは
正方形ABCDが徐々にQから
外れるから $y=0$に近ずいて
いく。

点(12, 18), (15, 0)を通るから
$y=mx+n$として
$18=12m+n$
$-)\ 0=15m+n$
$18=-3m$ $\therefore m=-6$
$n=-15m=-15\times(-6)$
$=90$

(答) $y=-6x+90$

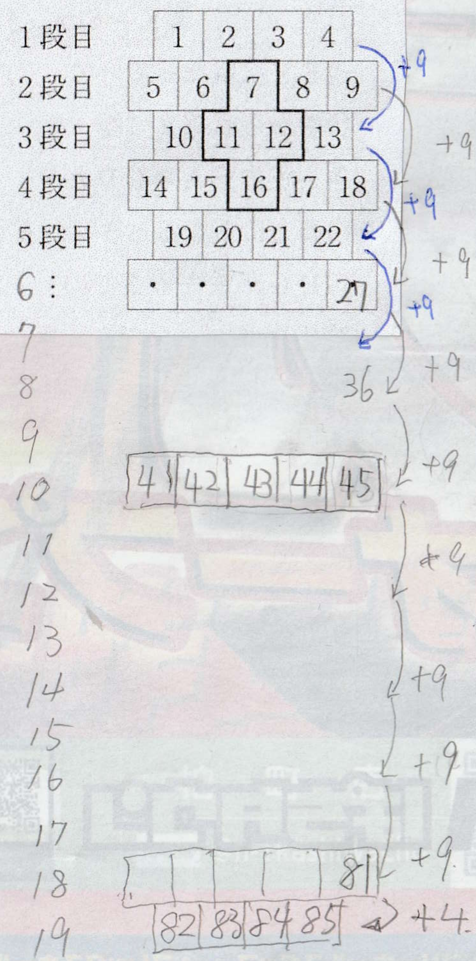
○

(4) 辺DCと辺HGが重なってから辺ABと辺ABが重なるまでの
xとyの関係を表すグラフを図3に書き加えよ。

(図3 参照)

5 右の図1のように，奇数段目には4個のますを，偶数段目には5個のますを並べ，ますの中に1から順に自然数を1つずつ書き入れていく。例えば，2段目の左から4番目のますに書かれた数は8であり，3段目の右端のますに書かれた数は13である。このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図1



(1) 次の①～③のますに書かれた数を求めなさい。

① 8段目の右端のます

偶数段目の右端のますは9の倍数となっている。
4段目が18だから，6段目が27，8段目が
(9×2) (9×3) (9×4)
36となる。 答）36

② 10段目の左から4番目のます

10段目の右端のますは 9×5＝45 となるから，
左から4番目のますは44となる。 答）44

③ 19段目の右端のます

18段目の右端のますは，②より10段目の右端のますが45となるから，45＋9×4＝81となる。
19段目の右端のますは，81＋4＝85となる。
答）85

5

(2)　kを自然数とするとき，次の①，②のますに書かれた数を，kを用いて表しなさい。

①　$2k-1$段目（奇数段目）の右端のます

②を先に解くと、$2k$段目（偶数段目）の右端のますは $9k$ となった。
よって（$2k-1$）段目（奇数段目）のますは4個あるから、右端のますは$2k$段目の$9k$より（$9-4=5$）5個少ないことになる。

答）$9k-5$

②　$2k$段目（偶数段目）の右端のます

①を解く前に②を先に考えると、
$2k$段目（偶数段目）は、$k=1$のとき2段目であり、
右端は9である。そして$2k$段目は9の倍数となる。

答）$9k$

5

(3) 図1のます目の中から，右の図2のように並ぶ4個のますを太枠で囲み，それぞれのますに書かれた数を，小さい順に a，b，c，d とする。例えば，図1のように4個のますを太枠で囲むと，$a=7$，$b=11$，$c=12$，$d=16$ となる。このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

図2

	a	
b	c	
	d	

① 太枠で囲んだ4個のますに書かれた数の和を，a を用いて表しなさい。

図1，図2より 例えば $a=7$，$b=11$，$C=12$，$d=16$ とすれば，

	7	
11	12	
	16	

より

$b=a+4$，$C=b+1=a+5$，$d=C+4=a+5+4=a+9$

よって $a+b+c+d=a+(a+4)+(a+5)+(a+9)$

$=4a+18$

(答) $4a+18$ ○

② a^2-bc+d^2 の値が4331となるとき，a の値を求めなさい。

$\left.\begin{array}{l} b=a+4 \\ c=a+5 \\ d=a+9 \end{array}\right\}$ を a^2-bc+d^2 に代入して計算してみる。

$A=a^2-(a+4)(a+5)+(a+9)^2=4331$ とおく。

$A=a^2-(a^2+9a+20)+(a^2+18a+81)$

$=\cancel{a^2}-\cancel{a^2}-\cancel{9a}-20+a^2+\cancel{18a}+81$

$=a^2+9a+61=4331$

よって $a^2+9a-4270=0$

$\begin{array}{ccc} 1 & \times & 70 \\ 1 & & -61 \end{array}$

$70-61=9$

$(a+70)(a-61)=0$

∴ $a=-70,\ 61$

a は自然数 より $a=-70$ は不適

よって，$a=61$

(答) 61 ○

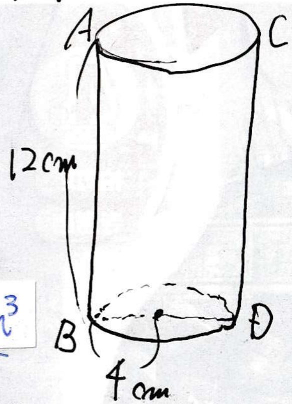
$$\begin{array}{r|l} 2 & 4270 \\ 5 & 2135 \\ 7 & 427 \\ & 61 \end{array}$$

よって

$4270=70\times61$

6 右の図1は、底面の半径が4cm、高さが12cmの円柱である。
線分AB、CDはともにこの円柱の母線であり、線分BDは、底面の円の直径である。このとき、次の(1)〜(3)の問いに答えよ。ただし、円周率はπとする。

図1



(1) 図1の円柱の体積を求めよ。

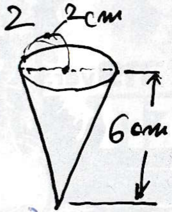
この円柱の体積をVとすると、$V = 4^2\pi \times 12 = 192\pi$

$16 \times 12 = 32 + 160 = 192$

答) $192\pi\ cm^3$

(2) 図1の円柱と同じ形をした容器Xがある。
容器Xに水を入れて、満水にする。このとき、次の①、②の問いに答えよ。
ただし、容器の厚さは考えないものとする。

図2



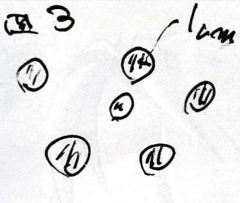
① 右の図2のような、底面の半径が2cm、高さが6cmの円すいの形をした容器Yがたくさんある。容器Xに入っている水を容器Yに順番に入れていく。
このとき、最大で何個の容器Yを満水にすることができるか、求めよ。

容器Yが満水のときの体積をV1とすると、$V1 = 2^2\pi \times 6 \times \frac{1}{3} = 8\pi\ cm^3$

よって $\frac{V}{V1} = \frac{192\pi}{8\pi} = 24$

答) 24個

図3



② 右の図3のように、半径1cmの球の形をしたおもりが6個ある。
この6個のおもりを満水の容器Xに静かに沈めるとき、容器Xからあふれ出る水の量を求めよ。ただし、おもりは完全に水中に沈むものとする。

この球1個の体積をV1とすると、

$V1 = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \times 1}{3} = \frac{4\pi}{3}$

∴ 6個では、$6V1 = 6 \times \frac{4\pi}{3} = 8\pi$

答) $8\pi\ cm^3$

(3) 図1の円柱の側面に，(※1)点Aから点Dまで側面を半周するように線を引き，その線に沿って側面を展開したところ，下の図4のような平行四辺形PQRSになった。平行四辺形PQRSの対角線の交点をOとする。点Oを通り辺PSに垂直な直線と，辺PS，QRとの交点をそれぞれT，Uとし，点Oを通り辺PSに平行な直線と，辺PQ，SRとの交点をそれぞれV，Wとする。下の図5は，図4の四角形VQUOの辺OUと四角形TOWSの辺TOをぴったり重ねてできた平行四辺形(※2)である。このとき，図5の平行四辺形VQWSを側面とする円柱の体積を求めなさい。

図4

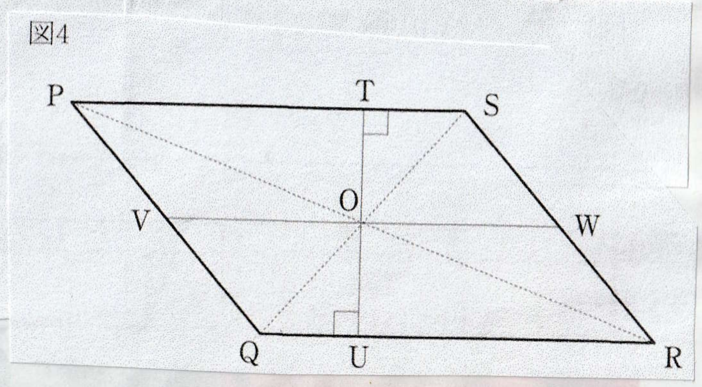
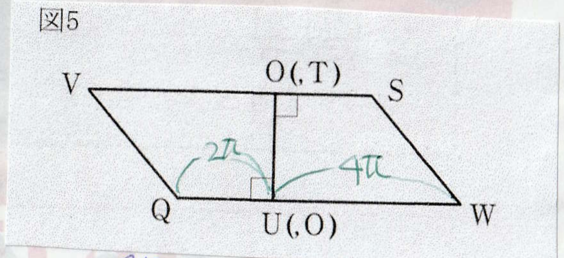
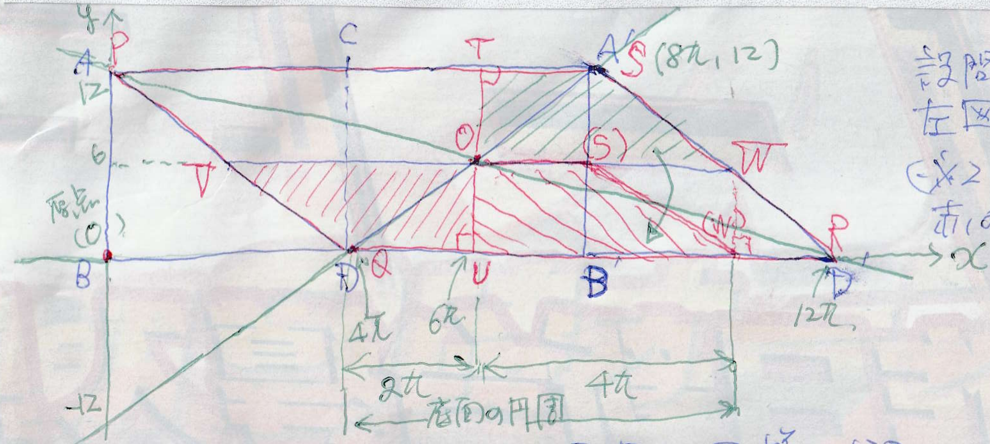


図5





設問の(※1)の語句より
左図を作ってみた。
(※2)の語句の部分は
赤の斜線部となる。

上図の赤の斜線部分が図5と同様となる。
これが平行四辺形VQ(W)(S)を側面とする
円柱を求めるヒントとなる。
求める体積をVとし，底面の円の面積をSとする。
この円の円周の長さは V(S) = Q(W) となる。 = 6π
よって，$6\pi = 2\pi r$ より $r = 3$
よって底面(円)の面積Sは，$S = \pi r^2 = 9\pi$
求める体積 $V = OU \times S = 6 \times 9\pi = 54\pi$

答) 54π cm³

そこで直線PRと直線SQをグラフ化し，
QUとU(W)の長さを求めることにした。
直線SQを $y = mx + n$ とおく。(原点は左図の点Bとする)
Q$(4\pi, 0)$ S$(8\pi, 12)$ より
$0 = 4\pi m + n$
$12 = 8\pi m + n$ (−
$-12 = -4\pi m$ ∴ $m = \frac{3}{\pi}$, $n = -12$
よって直線SQのグラフは，$y = \frac{3}{\pi}x - 12$ …①
直線PRを $y = Ax + B$ とおく。
P$(0, 12)$，R$(12\pi, 0)$ より
$y = -\frac{1}{\pi}x + 12$ …② よって
①と②の交点O$(6\pi, 6)$が求まる。
よって $QU = 6\pi - 4\pi = 2\pi$