

数 学

[1] 次の(1)~(10)の問いに答えなさい。

(1) $4 - 9 \times 2$ を計算しなさい。

$$= 4 - 18 \\ = -14$$

(2) $2(a + 2b) - (3a - 4b)$ を計算しなさい。

$$= 2a + 4b - 3a + 4b \\ = -a + 8b$$

(3) $a^6 b^5 \div a^2 \times b^3$ を計算しなさい。

$$= \frac{a^6 b^5}{a^2} \times b^3 = a^4 b^8$$

(4) 連立方程式 $\begin{cases} x + 3y = -1 & \text{--- ①} \\ 5x - 6y = 16 & \text{--- ②} \end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{aligned} & \text{①} \times 2 \quad \dots \quad 2x + 6y = -2 \\ & \text{②} \quad \dots \quad 5x - 6y = 16 \\ & \hline & 7x = 14 \\ & \text{よって } x = 2, \text{ ①に代入して} \\ & 2 + 3y = -1 \\ & 3y = -3 \\ & y = -1 \end{aligned}$$

(5) $\sqrt{45} + \sqrt{10} \div \sqrt{2}$ を計算しなさい。

$$= 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

(6) 2次方程式 $x^2 + 7x = 0$ を解きなさい。

$$x(x+7) = 0 \\ \text{よって } x = 0, -7$$

(7) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が1から5まで増加するときの変化の割合が-12である。このとき、 a の値を答えなさい。

$$y = ax^2 \quad \begin{matrix} x & a \\ 1 & 25a \\ 5 & 25a \end{matrix}$$

$$\text{変化の割合} = -12 = \frac{25a - a}{5 - 1} = \frac{24a}{4} = 6a \quad \text{よって } a = -2$$

(8) 右の図のように、母線の長さ13 cm、高さ12 cmの円すいがある。この円すいの体積を答えなさい。ただし、円周率は π とする。

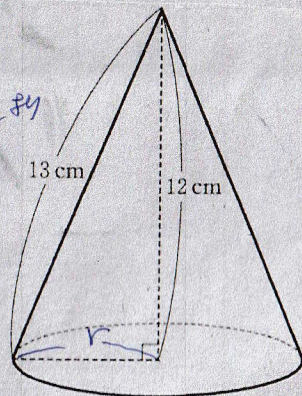
よ、底面の円の半径を r とすると、三平方の定理より

$$13^2 = 12^2 + r^2 \\ \text{よって } r^2 = 13^2 - 12^2 = 25 = 5^2 \\ r > 0 \text{ より } r = 5$$

円すいの体積を
 V とすると、

$$V = \frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 12 \\ = 100\pi$$

答) $100\pi \text{ cm}^3$



(9) 右の図のように、円Oの円周上に4つの点A, B, C, Dがあり、線分ACは円Oの直径である。 $\angle BDA = 58^\circ$, $\angle OBD = 24^\circ$ であるとき、 $\angle x$ の大きさを答えなさい。

$$\angle ADC = 90^\circ \text{ (直径を弦とする円周角は } 90^\circ \text{)}$$

$$\angle CDB = 90 - 58 = 32^\circ$$

(ACに對する円周角は $\angle A$ と $\angle D$)

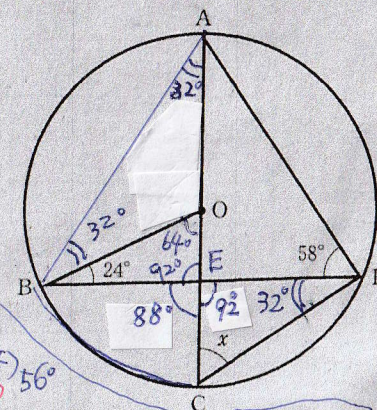
$$\angle BDC = \angle BAC = 32^\circ$$

$$x = 180 - (92 + 32) = 56$$

$$\text{よって } \angle BOC = 64^\circ$$

$$\text{ACとBDの交点をEとすると}$$

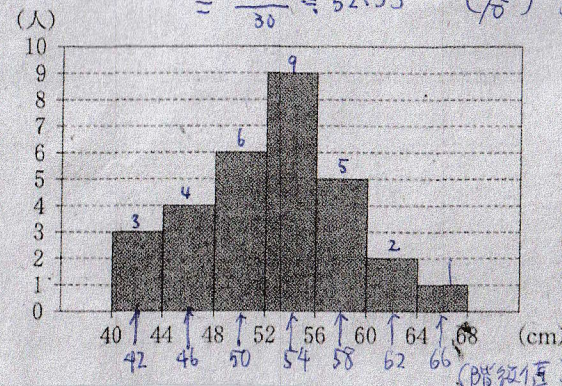
$$\angle BEC = 64 + 24 = 88^\circ \text{ よって } \angle OEB = \angle CED = 180 - 88 = 92^\circ$$



(10) 下の図は、ある中学校の生徒30人の垂直跳びの記録をヒストグラムに表したものである。このとき、階級値をもとに、垂直跳びの記録の平均値を小数第2位を四捨五入して、小数第1位まで答えなさい。

$$\text{平均値} = \frac{42 \times 3 + 46 \times 4 + 50 \times 6 + 54 \times 9 + 58 \times 5 + 62 \times 2 + 66 \times 1}{30} \\ = \frac{1576}{30} \approx 52.53 \quad \text{(答) } 52.5 \text{ cm}$$

小数点の
小数第2位まで
四捨五入して
小数第1位まで
求める。52.5
とある

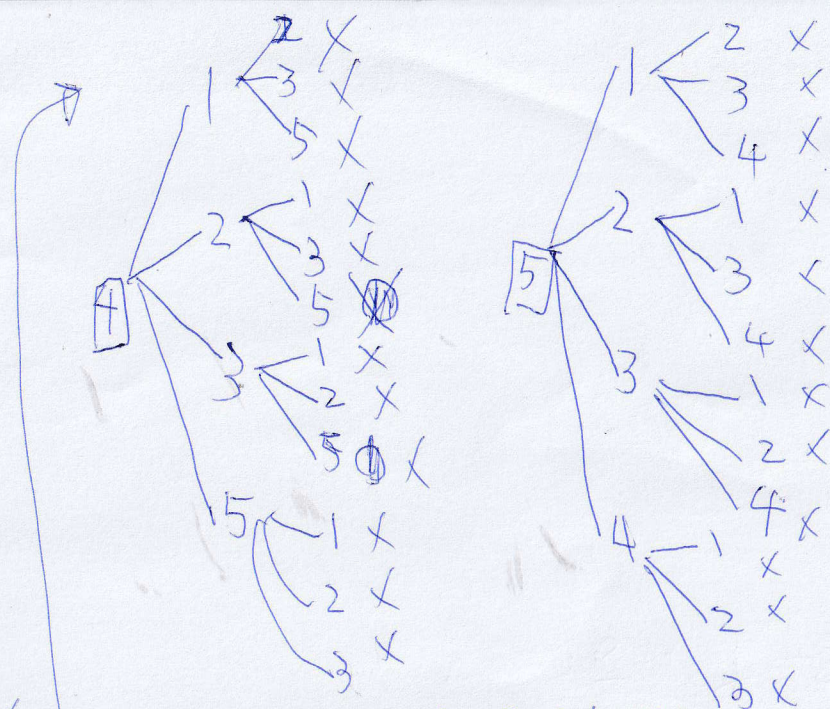
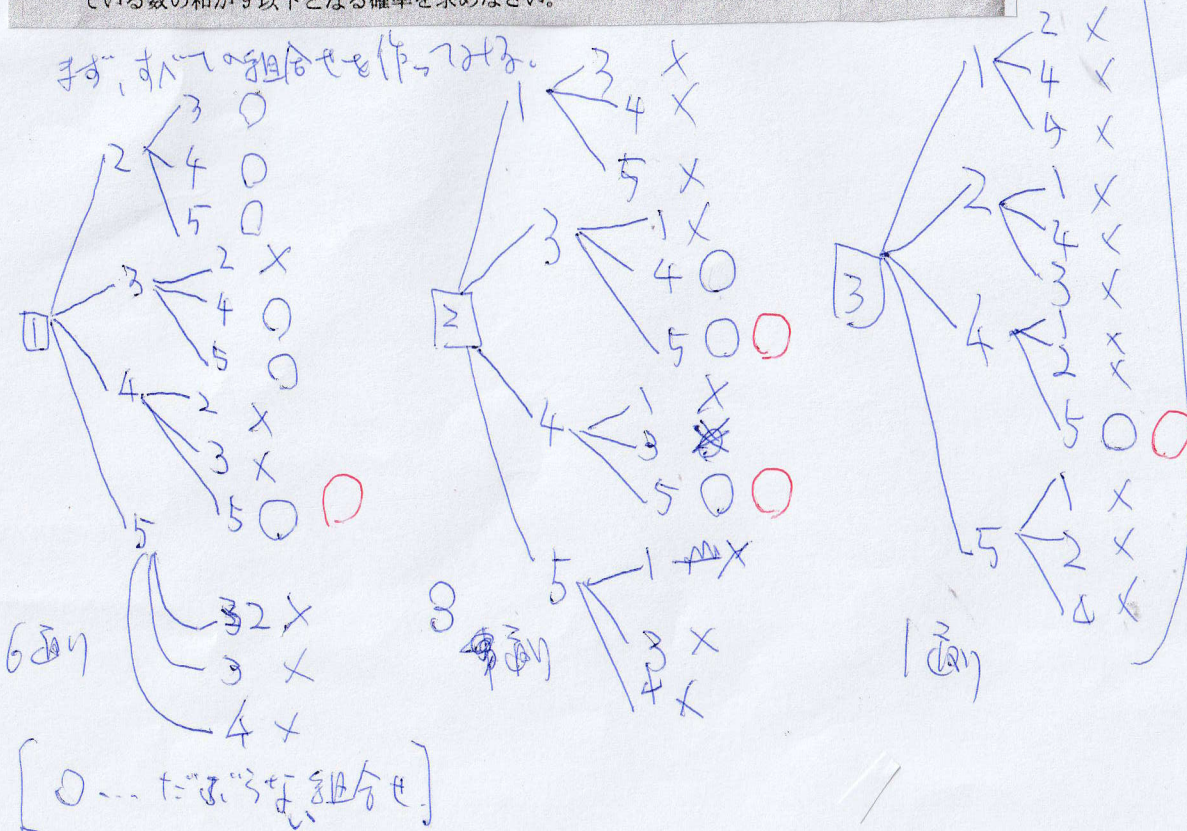


〔2〕 次の(1)~(4)の問いに答えなさい。

- (1) 最初に、姉は x 本、弟は y 本の鉛筆をもっている。最初の状態から、姉が弟に3本の鉛筆を渡すと、姉の鉛筆の本数は、弟の鉛筆の本数の2倍になる。また、最初の状態から、弟が姉に2本の鉛筆を渡すと、姉の鉛筆の本数は、弟の鉛筆の本数よりも25本多くなる。 x 、 y の値をそれぞれ求めなさい。

前段では、 $x-3=2(y+3)$ の式を立てます。
 その後の大面から、姉の本数と弟の本数の差が25本だから
 $(x+2)-(y-2)=25$ ②
 $\Rightarrow x=3+2y+6=9+2y$ ①
 ①を②に代入すると、 $9+2y+2-y+2=25$
 $\Rightarrow y+13=25$
 $\Rightarrow y=12, x=33$
 (答) $\begin{cases} x=33 \\ y=12 \end{cases}$

- (2) 箱の中に、数字を書いた5枚のカード①、②、③、④、⑤が入っている。これらをよくかき混ぜてから、3枚のカードを同時に取り出すとき、それぞれのカードに書かれている数の和が9以下となる確率を求めなさい。



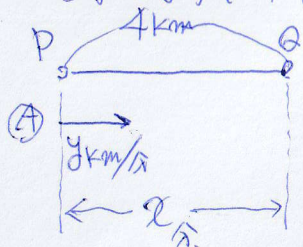
よって ①は $6+3+1=10$ ありある。
 ほかのカードに書かれている数の和が10以上になるカードの組合せ(組合せ)を10通りから引けば、9以下の組み合わせがある。
 ①の数は4だから、 $10-4=6$ 通りある。
 よって、求める確率は、 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
 (答) $\frac{3}{5}$

(3) 道路上に2地点P, Qがあり, P, Q間の道のりは4 kmである。Aさんが毎分 y km の速さで, 地点Pから地点Qまで歩くときにかかる時間を x 分とすると, 次の①, ②の問に答えなさい。

① y を x の式で表しなさい。

② 月曜日に, Aさんが, 地点Pから地点Qまで歩いたときにかかった時間が a 分であった。翌火曜日に, Aさんが, 地点Pから地点Qまでを少し早足で歩いたところ, かかった時間が前日より20%短くなった。このとき, 月曜日と比べて, Aさんの歩いた速さは何%増加したことになるか。求めなさい。

① 速さの問題の基本は, 速さ $\times$ 時間 = 距離
これをまず, 問題の脇にでも書いておく。



$$y \text{ km/min} \times x \text{ min} = 4 \text{ km}$$

$$\text{つまり } y = \frac{4}{x} \text{ km/min.}$$

$$(\text{答}) y = \frac{4}{x} \quad \bigcirc$$

② まず, 式に書き出してみよう。

(月曜日) $y \text{ km/min} \times a \text{ min} = 4 \text{ km} \quad \text{--- (A)}$

(火曜日) $z \text{ km/min} \times \frac{100-20}{100} \times a = 4 \quad \text{--- (B)}$
(速足の速さを $z \text{ km/min}$ とする)

①と②を整理すると。

$$ay = 4 \quad \text{--- (A')}$$

$$0.8az = 4 \quad \text{--- (B')}$$

$$z = \frac{4}{0.8a} = \frac{40}{8a}$$

$$\text{よって } z = \frac{5}{a}$$

z は y の何%か
でめよう。

$$\frac{z}{y} = \frac{5}{a} \times \frac{a}{4}$$

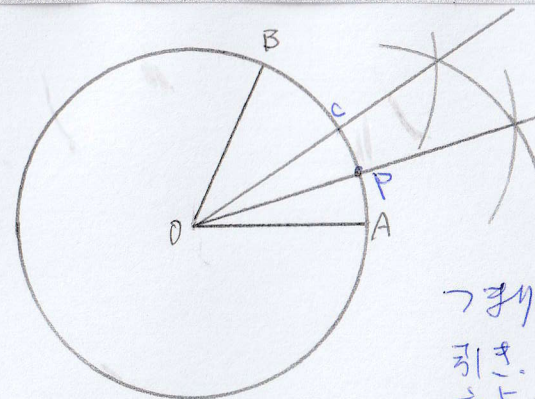
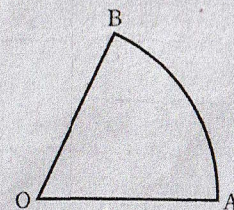
$$= \frac{5}{4} = 1.25$$

つまり125% である。

$$125 - 100 = 25$$

$$(\text{答}) 25\% \quad \bigcirc$$

(4) 下の図のようなおうぎ形OABがある。 $\widehat{AB}$ 上にあり, $\widehat{BP} = 3\widehat{AP}$ を満たす点Pを, 定規とコンパスを用いて, 作図によって求め, その点に●をつけなさい。ただし, 作図は解答用紙に行い, 作図に使った線は消さないで残しておくこと。



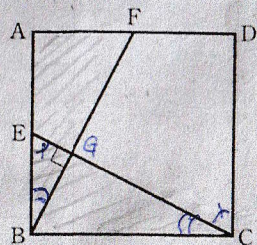
$$\widehat{BP} = 3\widehat{AP}$$

$$\downarrow$$

$$\widehat{AB} = 4\widehat{AP}$$

つまり $\angle AOB$ の二等分線を引く。そのとき $\widehat{AB}$ との交点をCとすると, $\angle AOC$ の二等分線を $\widehat{AB}$ との交点をPとすると。

- [3] 右の図のような正方形ABCDがあり、辺ABの中点をEとする。頂点Bから線分ECに引いた垂線の延長と辺ADとの交点をFとする。このとき、 $\triangle ABF \equiv \triangle BCE$ であることを証明しなさい。



$\triangle ABF$ と $\triangle BCE$ において、
四角形ABCDは正方形より

$$AB = BC \quad \text{--- ①}$$

$$\angle BAF = \angle CBE = 90^\circ \quad \text{--- ②}$$

$$\angle BEC = \angle DCE \quad \text{--- ③}$$

($AB \parallel CD$) と 線分ECに引く錯角の対等

$$CE \perp BF \text{ より } \angle BGE = 90^\circ \quad \text{--- ④}$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle BCE = 90^\circ - \angle DCE \\ \angle ABF = 90^\circ - \angle DCE \end{array} \right\} \text{ ③より } \angle BCE = \angle ABF$$

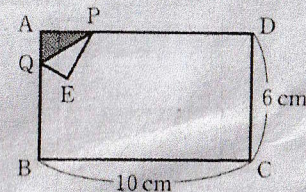
①, ②, ⑤より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

よって $\triangle ABF \equiv \triangle BCE$ が証明できる。

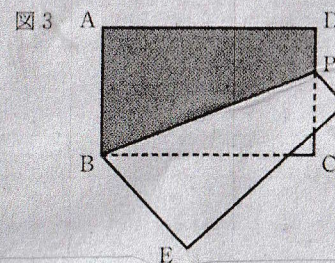
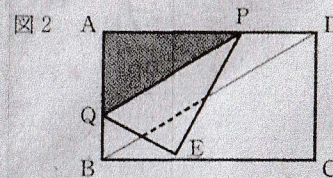
- [4] 長方形の台紙に、同じ大きさのシールが貼ってある。

図1

このシールを、左上から少しずつはがしていくとき、現れた台紙の面積について考える。右の図1は、 $BC = 10 \text{ cm}$, $CD = 6 \text{ cm}$ のシール付きの長方形ABCDの台紙から、シールを、点Aから少しだけはがしたところを示したものである。はがしたシールの、点Aと重なっていた点をEとし、はがしたシールと、現れた台紙との境目の線分の両端の点をP, Qとする。



下の図2のように、点Pが点Dに達するまでは、 $PQ \parallel DB$ となるようにはがしていき、その後は、下の図3のように、点Pが点Cに達するまでは、点Qを点Bに固定したまま、はがしていく。点Pを、長方形の辺上を点Aから点Dを通って点Cまで移動する点と考えるとき、点Pの点Aからの道のりを $x \text{ cm}$ 、現れた台紙の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。このとき、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。ただし、点P, Qが点Aにあるときは $y = 0$ とする。



- (1) $x = 4$ のとき、 y の値を答えなさい。

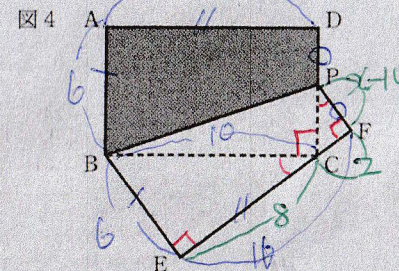
- (2) $10 < x \leq 16$ のとき、線分DPの長さを x を用いて表しなさい。

- (3) 次の①, ②について、 y を x の式で表しなさい。

① $0 < x \leq 10$ のとき

② $10 < x \leq 16$ のとき

- (4) $10 < x \leq 16$ とする。はがしたシールの、点Dと重なっていた点をFとする。右の図4のように、シールを、線分EFが頂点Cと重なるように、線分BPを折り目にして折り返した。このとき、 x, y の値をそれぞれ求めなさい。



[4] (1)

QP // BD より

$$\triangle APQ \sim \triangle ADB$$

$$x = 4 \text{ より } \triangle APQ \sim \triangle ADB \text{ の相似比は } AP:AD = 4:10 = 2:5$$

$$\triangle ADB \text{ の面積は } \frac{10 \times 6}{2} = 30$$

$$\text{よって } y \text{ と } \triangle ADB \text{ の面積比は、} y:30 = 2^2:5^2$$

$$\begin{aligned} 25y &= 30 \times 4 \\ y &= \frac{24}{5} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$(2) x = 10 \text{ (cm)} \quad \text{--- (終)}$$

$$(3) \text{ ① } 0 < x \leq 10 \text{ のとき}$$

$$y = 30 = x^2 = 10^2$$

$$\text{より } y = \frac{3}{10} x^2 \quad \text{--- (終)}$$

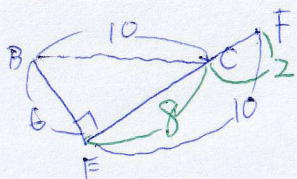
$$\text{② } 10 < x \leq 16 \text{ のとき}$$

$$y = 10 \times 6 - \frac{\{6 - (x - 10)\} \times 10}{2}$$

$$\begin{aligned} &= 60 - 5(16 - x) \\ &= 5x - 20 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{--- (終)} \end{aligned}$$

[4] (4) は次頁に記す。

[4] (4)



三平方の定理より

$$10^2 = 6^2 + CE^2$$

$$\therefore CE = 8$$

$$EF = 10 \text{ cm}$$

$$CF = 10 - 8 = 2$$

$$BP = FP = x - 10$$

(2) の答えより

$\triangle CFP \sim \triangle BEC$ である

$$\angle CFP = \angle BCE = 90^\circ \text{ --- ①}$$

$$\angle CFP = 90^\circ - \angle FCP$$

$$\angle BCE = 90^\circ - \angle FCP$$

$$\therefore \angle CFP = \angle BCE \text{ --- ②}$$

(次に)

①、②より 2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle CFP \sim \triangle BEC \text{ --- ③}$$

$$2 : (x - 10) = 6 : 8 = 3 : 4$$

$$8 = 3(x - 10)$$

$$3x = 38$$

$$\therefore x = \frac{38}{3}$$

→ (3) ② 解

$$y = 5x - 20$$

$$= 5 \times \frac{38}{3} - 20$$

$$= \frac{190 - 60}{3}$$

$$= \frac{130}{3}$$

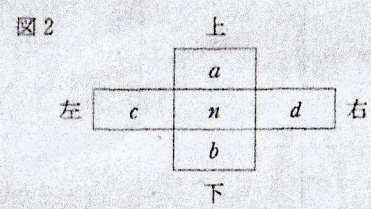
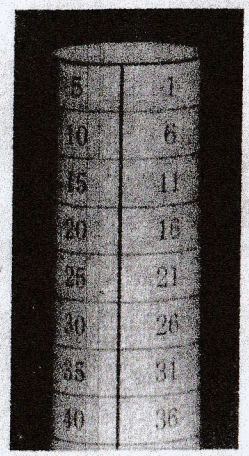
$$\text{答) } x = \frac{38}{3}$$

$$y = \frac{130}{3}$$

【5】 下の図1のように、長方形の紙に40行、5列のます目が書かれており、1行目の1列目から、1から自然数を小さい順に5個ずつ書いていき、各行とも5列目にきたら、次の行の1列目に移り、続けて順番に自然数を書いていく。自然数を書いた後、下の写真のように、長方形の紙の2つの縦の辺が重なるようにつなげて円筒にする。また、下の図2は、円筒に書かれている自然数 n と、その上下左右に書かれている4つの自然数 a, b, c, d を抜き出したものであり、4つの自然数 a, b, c, d の和を X とする。このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。ただし、 n は6以上195以下の自然数とする。

図1

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1行目	1	2	3	4	5
2行目	6	7	8	9	10
3行目	11	12	13	14	15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
40行目	196	197	198	199	200



- (1) $n = 7, n = 15, n = 76$ のときの X の値を、それぞれ答えなさい。
- (2) 次の①、②の問いに答えなさい。
- ① n が、図1の2列目のます目にあるとき、 X を n を用いて表しなさい。
- ② n が、図1の1列目のます目にあるとき、 X を n を用いて表しなさい。
- (3) X の値が6の倍数になるような n の値は何個あるか。求めなさい。

図1と図2の図像から、場合ごとのルールを見つけよう。

(1) ① $n=7$ のときは標準タイプで可ね。

$$\begin{array}{ccccc} 2 & a=7-5 & c=7-1 & & \\ 6 & 7 & 8 & b=7+5 & d=7+1 \\ 12 & & & & \end{array}$$

$$X = a+b+c+d = 2+12+6+8 = 28 \quad (\text{答}) 28 \circ$$

② $n=15$ のときは標準タイプと比較して d の出し方が異なります。

$$\begin{array}{ccccc} 10 & a=15-5 & c=15-1 & & \\ 14 & 15 & 11 & b=15+5 & d=15-4 \\ 20 & & & & \end{array}$$

$$X = a+b+c+d = 10+20+14+11 = 55 \quad (\text{答}) 55 \circ$$

③ $n=76$ のときは標準タイプと比較して、 c の出し方が異なりますね。まず円筒の写真に36という数字がみえます。36+40が76ですから、36より $\frac{40}{5}=8$, 8段下には76があることがわかります。そして1列目ですね、円筒の写真も参考。

$$\begin{array}{ccccc} 71 & a=76-5 & c=76+4 & & \\ 80 & 76 & 77 & b=76+5 & d=76+1 \\ 81 & & & & \end{array}$$

$$X = a+b+c+d = 71+81+80+77 = 309 \quad (\text{答}) 309 \circ$$

(2) ① 図2は $n-1, n, n+1$ と $n-5, n+5$ から

$$\left. \begin{array}{l} a=n-5 \\ b=n+5 \\ c=n-1 \\ d=n+1 \end{array} \right\} \Rightarrow X = a+b+c+d = (n-5)+(n+5)+(n-1)+(n+1) = 4n \quad (\text{答}) 4n \circ$$

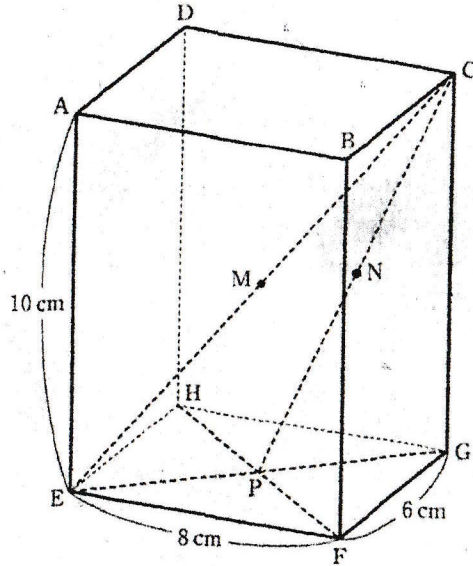
② 図2は $n+4, n, n+1$ と $n-5, n+5$ から

$$\left. \begin{array}{l} a=n-5 \\ b=n+5 \\ c=n+4 \\ d=n+1 \end{array} \right\} \Rightarrow X = a+b+c+d = (n-5)+(n+5)+(n+4)+(n+1) = 4n+5 \quad (\text{答}) 4n+5 \circ$$

(3)

この問題は解説あり
 長い文章ですが、さらさら数字の stage 1「数字の性質」を復習するだけでOK、やって28分ね!

- [6] 下の図のように、 $AE = 10\text{ cm}$ 、 $EF = 8\text{ cm}$ 、 $FG = 6\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。線分 EG と線分 FH の交点を P とし、線分 CE 、 CP の中点をそれぞれ M 、 N とする。このとき、次の(1)~(4)の問いに答えなさい。



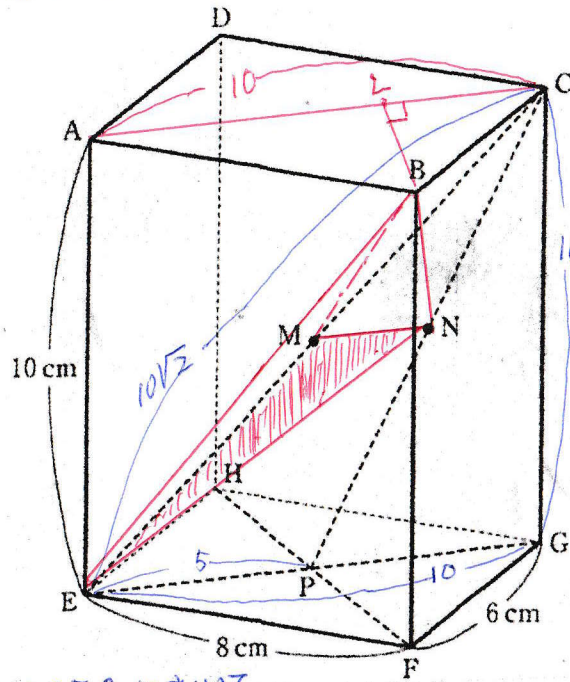
(1) 線分 EG と線分 EC の長さを、それぞれ答えなさい。

(2) 線分 MN の長さを求めなさい。

(3) $\triangle ENM$ の面積を求めなさい。

(4) 三角すい $BENM$ の体積を求めなさい。

(単位: cm)



(1) $\triangle EFG$ において
 $EG^2 + FG^2 = EF^2$ ①
 $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2$
 よって $EG = 10$ (答) $EG = 10\text{ cm}$ ○
 ①より $CE^2 = EG^2 + CG^2 = 10^2 + 10^2 = 2 \times 10^2$
 よって $CE = 10\sqrt{2}$ (答) $EC = 10\sqrt{2}\text{ cm}$ ○

(2) $\triangle CEP$ において、点 M 、点 N は
 線分 CE 、 CP の中点だから、中点連結定理
 より $MN = \frac{1}{2}EP$ ②
 $EP = \frac{1}{2}EG = \frac{10}{2} = 5$ ②に代入して
 $MN = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$ (答) $\frac{5}{2}\text{ cm}$ ○

(3) $\triangle ENM$ の面積を S とすると、 S は
 MN を底辺とし、高さを $\frac{1}{2}CG = \frac{1}{2} \times 10 = 5$
 とする三角形の面積となる。よって
 $S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$ (答) $\frac{25}{4}\text{ cm}^2$ ○

(4) 三角すい $BENM$ とは
 $\triangle ENM$ を底面とした、
 点 B を頂点とした
 三角すいである。
 もともと、 $\triangle EGC$ も $\triangle EPC$ も
 $\triangle ENM$ も正方形 $ACGE$ 内
 の平面であることを認識して
 考えることができる。
 この点 B から正方形 $ACGE$ に
 引いた垂線として長さを
 求めたい三角すいの高さである。

$AC \perp BL$ となる点 L を定め、
 $2\triangle ABC =$ 四角形 $ABCD$ より

$$2 \times \frac{1}{2} AC \times BL = AB \times BC$$

$$10BL = 8 \times 6$$

$$\text{よって } BL = \frac{24}{5}$$

求める三角すい $BENM$ の体積
 を V とすると、

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{25}{4} \times \frac{24}{5}$$

$$= 10$$

$$(答) 10\text{ cm}^3 \quad \circ$$