2019 統一模試 数学(3年)(才2回)

1 ① $-8+20\div(-4)$

$= -8-\frac{20}{4} = -8-5$

$= -13$ o

② $2a(a-6)-a(a-8)$

$= 2a^2-12a-a^2+8a$

$= a^2-4a$ o

③ $\frac{5}{9}ab^2\times(-3a)^2$

$= \frac{5}{9}ab^2\times 9a^2$

$= 5a^3b^2$ o

④ $(x+1)(x-9)+(x+4)^2$

$= x^2\cancel{-8x}-9+x^2+\cancel{8x}+16$

$= 2x^2+7$ o

⑤ 比例式 $x:6=6:4$ を解け。

$x:6=3:2$

$\therefore 2x=18$

$\therefore x=9$ o …(答)

⑥ 連立方程式を解け

$\begin{cases} 3x+y=-11 & \cdots ① \\ 2x+3y=-5 & \cdots ② \end{cases}$

$① \times 3 \cdots 9x+3y=-33$

$② \cdots\cdots 2x+3y=-5$

$7x = -28$

$\therefore x = -4$

①より $y=-3x-11$

$= -3\times(-4)-11 = 1$

(答) $\begin{cases} x=-4 \text{ o} \\ y=1 \text{ o} \end{cases}$

(たしかめ)

① より $3\times(-4)+1=-11$ OK

② より $2\times(-4)+3\times1=-5$ OK

⑦ yはxに反比例し、$x=-4$のとき、$y=-10$である。$x=8$のときのyの値を求めよ。

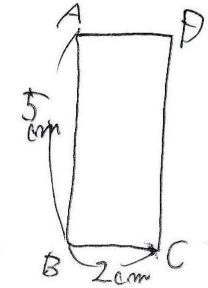
yはxに反比例するから比例定数をaとおくと、$xy=a$ ---①

①に $x=-4$, $y=-10$ を代入すると

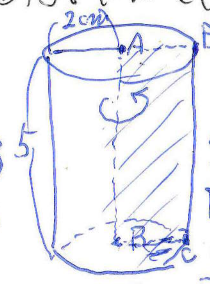
$a=(-4)\times(-10)=40$ $\therefore y=\frac{40}{x}$ ---②

②に $x=8$を代入すると、$y=\frac{40}{8}=5$ (答) 5 o

⑧ 右の図のように、AB=5cm, BC=2cm の長方形ABCDがある。長方形ABCDを辺ABを軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし円周率はπとする。



見取り図をかくと



のようになる。

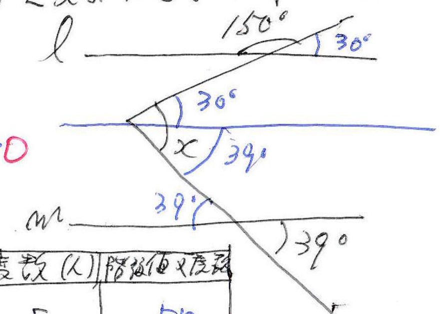
よって、底面積をS、この体積をVとすると、

$S=\pi\times2^2=4\pi$

$V=5S=5\times4\pi=20\pi$

(答) $20\pi\ \mathrm{cm}^3$ o

⑨ 右の図で、$l \parallel m$であるとき、$\angle x$の大きさを求めよ。



右図より、$x=30+39$

$=69°$ (答) 69° o

⑩

階級(分)	階級値(分)	度数(人)	階級値×度数
以上 未満 0 ～ 20	x =10	5	50
20 ～ 40	30	y =8	~~150~~ 240
40 ～ 60	50	4	200
60 ～ 80	70	2	140
80 ～ 100	90	0	0
100 ～ 120	110	1	110
計		20	~~650~~ 740

上の表は、ある学級の男子20人を対象に、先週の土曜日の読書時間を調べ、度数分布表にまとめたものであり、一部は空欄になっている。このとき、表のx、yの値をそれぞれ求めよ。また、この度数分布表から読書時間の平均値を求めよ。

~~30y~~ $y=20-(5+4+2+1)$, $x=\frac{20}{2}=10$

$=20-12=8$ (答) $x=10$, $y=8$ o o

男子全員でのべ740分読書をしたので平均値は

$\frac{740}{20}=37$

(答) 37分 o

2 (1) 水筒に入っているお茶の25%より90mL多い量のお茶を飲んだ。飲んだお茶の量は、はじめに水筒に入っていたお茶の$\frac{3}{8}$にあたるという。はじめに水筒に入っていたお茶は何mLか、求めよ。

求めるお茶の量をx mLとする。25%を$\frac{1}{4}$として、$\frac{1}{4}x + 90 = \frac{3}{8}x$ ---①

①より $\frac{3}{8}x - \frac{1}{4}x = 90$ ∴ $\frac{3-2}{8}x = 90$, $\frac{1}{8}x = 90$ ∴ $x = 720$ (答) 720 mL

(たしかめ) $720 \times \frac{1}{4} + 90 = 180 + 90 = 270$, $\frac{3}{8} \times \overset{90}{\cancel{720}} = 270$ OK

(2) 箱の中に、数字を書いた5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ が入っている。これらをよくかきまぜてから、2枚のカードを同時に取り出すとき、それぞれのカードに書かれている数の積が偶数となる確率を求めよ。

- $\boxed{1}$ — 2, 3, 4, 5
- $\boxed{2}$ — 1, 3, 4, 5
- $\boxed{3}$ — 1, 2, 4, 5
- $\boxed{4}$ — 1, 2, 3, 5
- $\boxed{5}$ — 1, 2, 3, 4

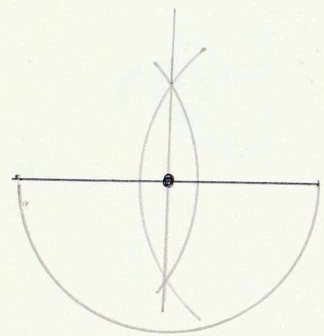
◎2枚のカードの組合わせは $4 \times 5 = 20$ 通り

◎カードの数の積が偶数になるのは14通り

求める確率は $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

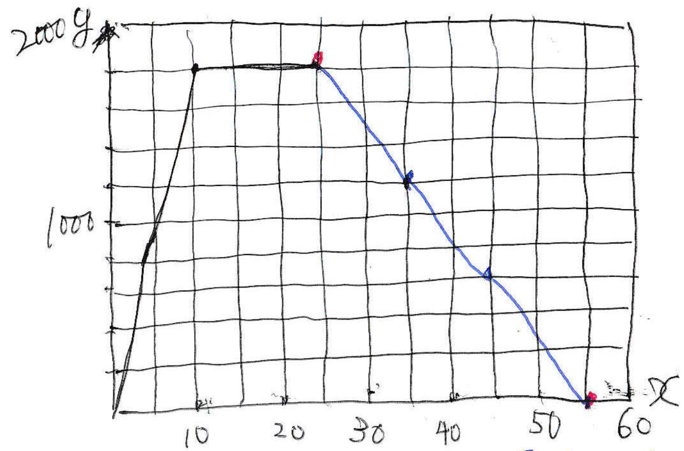
(答) $\frac{7}{10}$

(4) 右の図のような半円がある。この半円の中心を定規とコンパスを用いて、作図によって求め、その点に●をつけよ。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。



2 (3)

Aさんは、家を出て、1800m離れた公園まで一定の速さで走った。公園でしばらく休憩した後、来た道と同じ道を、毎分60mの速さで歩いて家にもどった。右の図は、Aさんが家を出てからx分後の、家からAさんのいる地点までの道のりをymとして、Aさんが家を出てから公園を出るまでのxとyの関係をグラフに表したものである。このとき、次の①〜③の問いに答えよ。



① Aさんは、家から公園まで毎分何mの速さで走ったか、求めよ。

速さ × 時間 = 道のり

v (m/分) × 10(分) = 1800(m)

$v = \frac{1800}{10} = 180$ (m/分)

(答) 180 (m/分)

② Aさんが公園で休憩した時間は何分か、求めよ。

グラフより、15分とわかる。

(答) 15分

③ Aさんが公園を出てから家にもどるまでについて、yをxの式で表せ。
また、xの変域を求めよ。

毎分60mの速さであるから10分で600mだから $x=25$, $y=1800$ の地点から戻り初める
グラフで $x=35$, $y=1200$ の地点を通る。
から、(25, 1800), (35, 1200) の地点を通ることになる。

$y=mx+n$ として、両座標を代入すると、

$1800 = 25m + n$ ―①

$1200 = 35m + n$ ―②

$600 = -10m$ ∴ $m = -\frac{600}{10} = -60$

これを①に代入すると

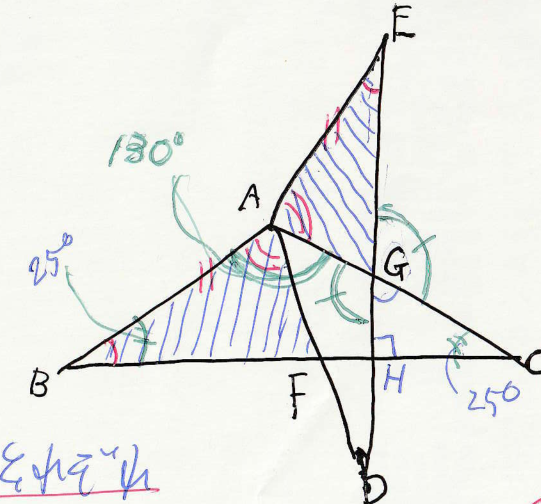
$1800 = 25 \times (-60) + n$

∴ $n = 1800 + 1500 = 3300$ よって求める式は、$y = -60x + 3300$ ―(答)

このグラフを記入すると、$\begin{cases} x = 55 \\ y = 0 \end{cases}$ で家に着くことになる。

よって、$25 \leqq x \leqq 55$ ―(答)

3 右の図のように、∠BACが鈍角で、AB＝ACの二等辺三角形ABCがある。
△ADEは、△ABCを、点Aを回転の中心として時計の針の回転と反対の向きに、90°だけ回転移動させたものである。
辺ADと辺BCの交点をF、辺ACと辺DEの交点をGとする。
このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。



(1) △ABF≡△AEGであることを証明せよ。

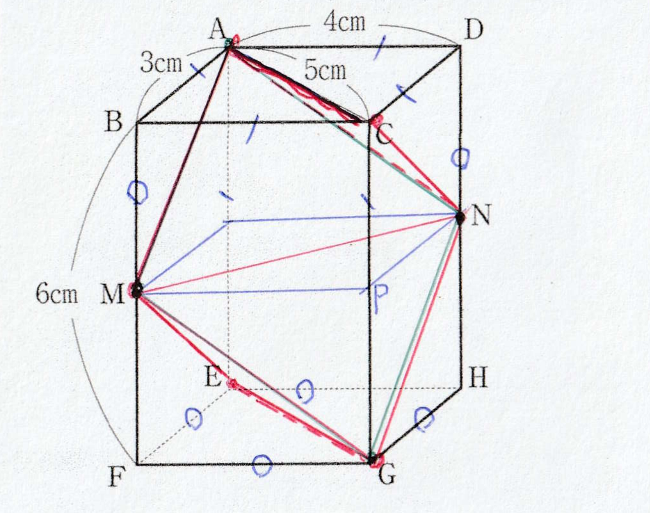
右の図で△ABC≡△ADEより、△ABFと△AEGにおいて、
AB＝ACより AB＝AE ……① である。
また、∠ABF＝∠AEG……②
∠BAC＝∠AEDよりその内部に∠CADが共通に
存在するから、∠BAF＝∠EAC…③
①、②、③より、三角形の合同条件の1組の辺の長さがそれぞれ
等しく、その両端の角がそれぞれ等しい。よって△ABF≡△AEGは証明できる。○

(2) ∠BAC＝130°のとき、∠CGEの大きさを求めよ。

△ABC(二等辺三角形)において、∠BAC＝130°であり、∠ABC＝∠ACB＝$\frac{180-130}{2}$＝25°となる。
∴ ~~∠ABC~~ ∠ACB＝25°……④
辺BCと辺DEの交点をHとすると、CHG＝90°……⑤
④、⑤より ∠CGE＝∠ACB＋∠CHG
＝25°＋90°
＝115°

(答) 115° ○

〔4〕右の図のように，ＡＢ＝3cm，ＡＤ＝4cm，ＢＦ＝6cmの直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨがあり，ＡＣ＝5cmである。辺ＢＦ，ＤＨの中点をそれぞれＭ，Ｎとする。このとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。



(1) 線分ＡＣとねじれの位置にある直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨの辺は全部で何本あるか，答えなさい。

線分ACと接点のある辺を除くと，ねじれの位置にある辺は6本となる。(答)
(辺BF, DH, EF, EH, FG, GH)

(2) 線分ＭＮの長さを求めなさい。

BC // MP となる点Pを辺CD上に設けると，点Pは辺CGの中点となる。
これは，辺ACと同じ長さである。 (答) 5cm

(3) 4点Ａ，Ｍ，Ｇ，Ｎは同じ平面上にある。四角形ＡＭＧＮの最も適切な名称を答えなさい。

AM // NG，AN // MG，AM = NG，AN = MG より 四角形AMGNは平行四辺形である。
(答)

(4) 6点Ａ，Ｃ，Ｅ，Ｇ，Ｍ，Ｎを頂点とする立体の体積を求めなさい。

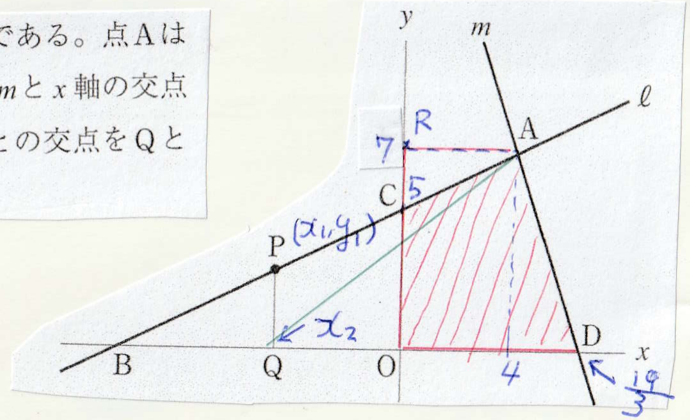
求める立体の体積をVとする。図の直方体の全体の体積をV_0とする。
VとV_0を比較すると，三角すいACD−NとEGF−Nが同じ体積であり，
これらと別の対角線上にも同様な三角すいが存在することがわかる。
よって，三角すいACD−Nの体積は $\frac{4\times3}{2}\times3\times\frac{1}{3}=6$，$V=V_0-4V_1$ —①
(V_1とする)

$V_0=3\times4\times6=72$

①より $V=72-4\times6$
$=48$

(答) 48cm³

〔5〕下の図で，直線ℓは関数$y=\frac{1}{2}x+5$のグラフ，直線mは関数$y=-3x+19$のグラフである。点Aは直線ℓと直線mの交点である。直線ℓとx軸，y軸の交点をそれぞれB，Cとし，直線mとx軸の交点をDとする。また，線分BC上を動く点をPとし，点Pからx軸に垂線を引き，x軸との交点をQとする。このとき，次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。



(1)　点Pのy座標が2のとき，点Pのx座標を求めなさい。

直線ℓは$y=\frac{1}{2}x+5$，$y=2$より　$x=-6$
よって点P$(-6, 2)$　　(答) -6　○

(2)　点Aの座標を求めなさい。

直線ℓ：$y=\frac{1}{2}x+5$　…①
直線m：$y=-3x+19$　…②
①と②の連立方程式を解けばよい。

①×2　…　$2y=x+10$
②×2　…　$2y=-6x+38$　(−
$0=7x-28$
∴ $x=4$

①に代入すると
$y=\frac{1}{2}\times4+5=7$
(答) A$(4, 7)$　○

(3)　2点C，Qを通る直線の傾きが2となるとき，線分PQの長さを求めなさい。

点C$(0, 5)$，点Q$(x_1, 0)$として，直線の傾きが2だから
$\frac{5-0}{0-x_1}=2$　よって$x_1=-\frac{5}{2}$　∴ 点P$(-\frac{5}{2}, y_1)$とすると
①において
$y_1=\frac{1}{2}x_1+5=\frac{1}{2}\times(-\frac{5}{2})+5=\frac{15}{4}$　よってP$(-\frac{5}{2}, \frac{15}{4})$

よって
$\overline{PQ}=y_1=\frac{15}{4}$
(答) $\frac{15}{4}$　○

(4)　四角形ACODと△AQDの面積が等しくなるとき，点Qのx座標を求めなさい。

②より$y=0$のとき　$0=-3x+19$　∴ $x=\frac{19}{3}$　∴ D$(\frac{19}{3}, 0)$となる。
点Q$(x_2, 0)$とする。また△AQDの面積をS1，四角形ACODの面積をS2，点R$(0, 7)$とする。
S2の面積を求めるとき，台形AROD−△ARCとした。

$S1=\frac{1}{2}\times7\times(\frac{19}{3}-x_2)$
$=\frac{7}{2}(\frac{19}{3}-x_2)$

$S2=\frac{7}{2}(4+\frac{19}{3})-\frac{1}{2}(7-5)\times4$
S1＝S2を整理すると，$x_2=-\frac{20}{7}$が求まる。

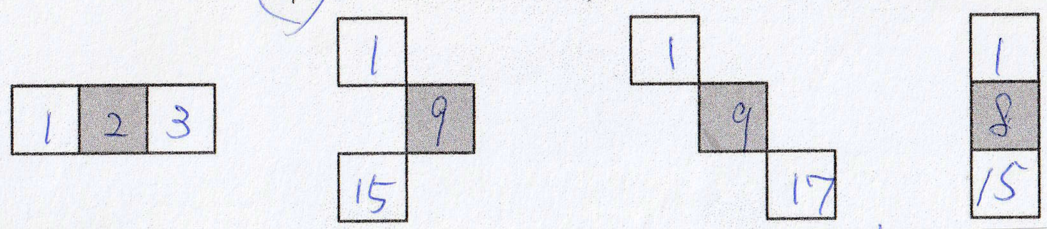
(答) $-\frac{20}{7}$　○

〔6〕右の図は，自然数を1から順に，1行につき7個ずつ並べたものであり，例えば，30を，上から5行目，左から2列目の数と呼ぶこととする。このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	•	•	•	•
•	•	•				

(1) 次のア〜エの枠で右の図の3つの数を囲むとき，囲んだ3つの数の和が，■の枠で囲んだ数の倍数にならないものを一つ選び，その符号を答えなさい。

ア　イ　ウ　エ



答) イ ○

いろいろな解き方があるが，右上図の四角で囲った9個の数字をあてがってみる。

(ア) $1+2+3=6$
$2\times3=6$
OK.

(イ) $1+9+15=25$
$9n \neq 25$
(nは自然数)
NG

(ウ) $1+9+17=27$
$9\times3=27$
OK

(エ) $1+8+15=24$
$8\times3=24$
OK

(2) 上からn行目，左から5列目の数を，nを用いて表しなさい。ただし，nは自然数とする。

左から5列目とあるから，例えば「19」に着目する。これは上から3行目で左から5列目の数である。左から7列目の数は7の倍数であるから，上から3行目の場合，$7\times3=21$である。それより$7-5=2$個少ないのが「19」である。

よって $7n-2=7\times3-2=19$　答) $7n-2$ ○

(3) 上からa行目，左からb列目の数をP，上からb行目，左からa列目の数をQとする。PとQの和が58であり，Pに2を足した数がQの2倍であるとき，Pを求めなさい。ただし，a，bは1以上7以下の自然数とする。

別冊の解答では，aとbを使って解いているが（それが正論），この問題を見るかぎり，すぐにPとQだけの連立方程式を立て，それを解くだけで，解答を導ける。

$$\left.\begin{array}{ll} P+Q=58 & \cdots① \\ P+2=2Q & \cdots② \end{array}\right\}$$

①より $Q=58-P$ これを，②に代入して，

$$P+2=2(58-P)$$
$$=116-2P$$
$$\therefore 3P=114 \quad \therefore P=38$$

（答）38