2019年度 第1回 統一模試 中3

数学

1 次の(1)～(10)の問いに答えよ。

(1) $7-(-1)$

$=7+1=8$

(2) $-5-6^2\div 9$

$=-5-\frac{36}{9}$

$=-5-4=-9$

(3) $2(x-8)-3(2x-5)$

$=2x-16-6x+15$

$=-4x-1$

(4) $14ab^2\div(-7b)\times(-a)$

$=\frac{\cancel{14}^{2}ab^{\cancel{2}}\times a}{\cancel{7}\cancel{b}}$

$=2a^2b$

(5) 1次方程式を解け。

$0.9x-1.1=0.2x+1$

両辺を10倍して

$9x-11=2x+10$

$7x=21$

$\therefore x=3$

(6) 連立方程式を解け。

$$\begin{cases}2x+3y=1 & \cdots ① \\ x+2y=3 & \cdots ②\end{cases}$$

①…$2x+3y=1$

②×2…$2x+4y=6$ −

$-y=-5$

$\therefore y=5$

②より $x=3-2y$

$=3-2\times 5$

$=-7$

(答) $\begin{cases}x=-7\\ y=5\end{cases}$

(たしかめ)

①より $2\times(-7)+3\times 5=1$

$-14+15$ ok

②より $-7+2\times 5=3$ ok.

(7) 直線 $y=6x+5$ に平行で、点$(1, 4)$を通る直線の式を求めよ。

この直線の式を $y=ax+b$ …① とおく。点$(1, 4)$を通るから

①に $x=1, y=4$ を代入すると

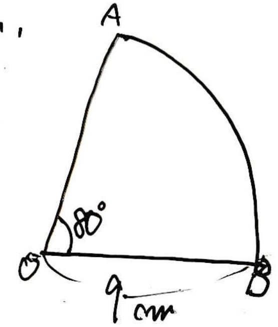
$4=a+b$ なお $a=6$ だから

$4=6+b$ $\therefore b=-2$

①に $a=6, b=-2$ を代入して

$y=6x-2$ …(答)

(8) 右の図のように、半径が9cm、中心角が80°のおうぎ形OABがある。$\overset{\frown}{AB}$の長さを求めよ。ただし、円周率はπとする。



OBを半径とする円Oの円周の長さをlとすると、

$l=2\pi\times 9=18\pi$

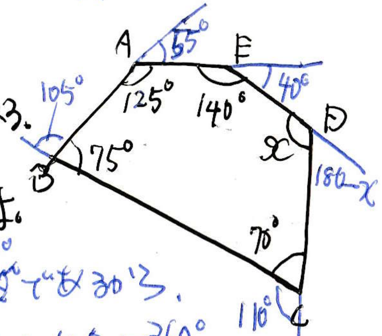
$\overset{\frown}{AB}$の長さをmとすると

$m=l\times\frac{80°}{360}=18\pi\times\frac{2}{9}=4\pi$

$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

(答) 4π cm

(9) 右の図のように $\angle A=125°$, $\angle B=75°$, $\angle C=70°$, $\angle E=140°$ の五角形ABCDEがある。このとき、$\angle x$の大きさを求めよ。



多角形の外角の和は~~180°~~ 360°であるから、

$55+40+(180-x)+110+105=360°$

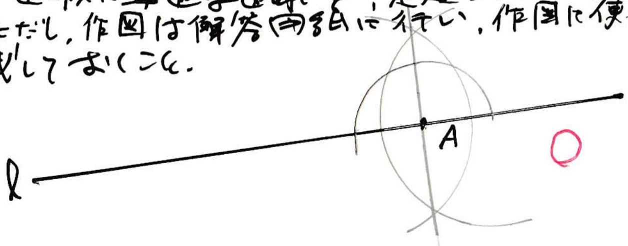
220

$275°+215°-360°=x$

$\therefore x=130°$ (答) 130°

$490-360=130$

(10) 下の図のように、直線l上に点Aがある。点Aを通り直線lに垂直な直線を、定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。



$\boxed{2}$ 次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1) ある水族館の大人1人の入館料は、子供1人の入館の2倍である。この水族館に大人2人と子供5人で入館すると、入館料の合計が6300円であった。このとき、大人1人、子供1人の入館料はそれぞれ何円か求めよ。

大人1人の入館料をx円、子供1人の入館料をy円とすると、

$x = 2y$ …①

$2x + 5y = 6300$ …②

①×2 … $2x - 4y = 0$

② … $2x + 5y = 6300$

$-9y = -6300$

$y = \frac{6300}{9} = 700$

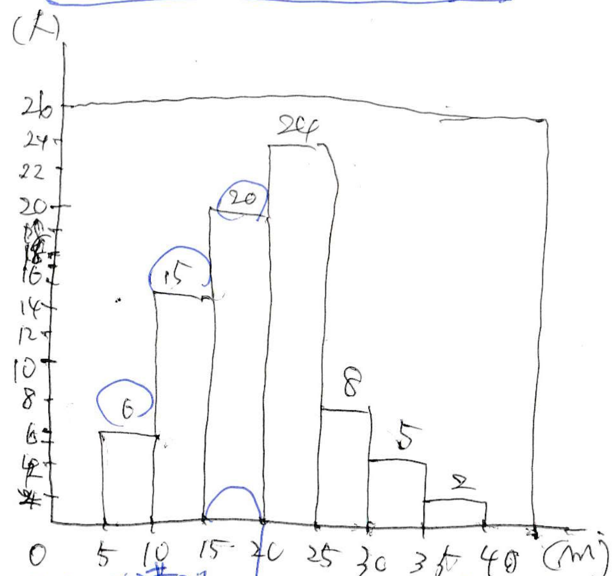
①より $x = 2y = 2 \times 700 = 1400$

[たしかめ] ①より $1400 = 2 \times 700$ ok

②より $2 \times 1400 + 5 \times 700 = 2800 + 3500 = 6300$ ok

(答) 大人1人：1400円
子ども1人：700円

(2) 右の図は、ある中学校の男子生徒80人のハンドボール投げの記録をヒストグラムに表したものである。
例えば、このヒストグラムから、ハンドボール投げの記録が5m以上10m未満の生徒が6人であることがわかる。このとき、次の①、②の問いに答えよ。



① このヒストグラムから最頻値を求めよ。

20～25mの階級が24人で度数が最も多い。その階級値が最頻値となる。$\frac{20+25}{2} = 22.5$

(答) 22.5m

② 中央値が入っている階級の相対度数を求めよ。

全部で80人だから40番目と41番目の値の平均値が中央値。

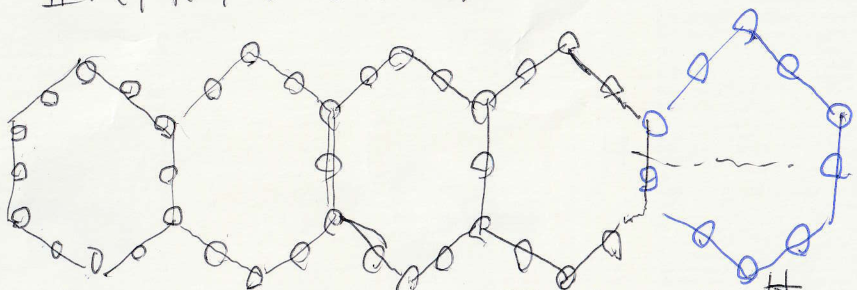
15m以上20m未満で40、41番目とも入っている

この階級では20人

相対度数 $= \frac{20}{80} = 0.25$

(答)

2 (3) 下の図のように，碁石を並べて正六角形の形をつくり，1辺を共有するようにして，正六角形を横に規則的につなげていく。このとき①〜③の問いに答えよ。



正六角形がn個の場合，
$12n - 3(n-1)$

$n=1$の場合　12
$n=2$の場合　21
$24-3$
$n=3$の場合　30
$n=4$の　〃　39
$n=5$　〃　48

48
−9
60−12
36−6

① 正六角形を5個つなげた図形には，碁石は何個使われているか，求めよ。

48個　（答）

② 正六角形をn個つなげた図形には，碁石は何個使われているか，正六角形をn個つなげた図形には，nを用いた式で表せ。ただし，nは自然数とする。

$12n-3(n-1) = 12n-3n+3 = 9n+3$

（答）$9n+3$

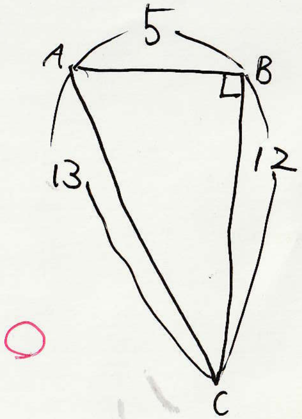
③ 碁石を147個使ってできる図形は，正六角形を何個つなげた図形か，求めよ。

$9n+3=147$
$9n=144$
$n=\frac{144}{9}=16$

（答）16個

[単位：cm]

3 右の図のように，AB=5cm，BC=12cm，CA=13cm，∠B=90°の直角三角形ABCがある。△ABCを含む平面に垂直な方向に，10cmだけ平行に動かしてできる立体をPとする。
このとき，次の(1)〜(3)の問いに答えよ。



(1) 立体Pの名称を書け。　　(答) 三角柱

(2) 立体Pの体積を求めよ。

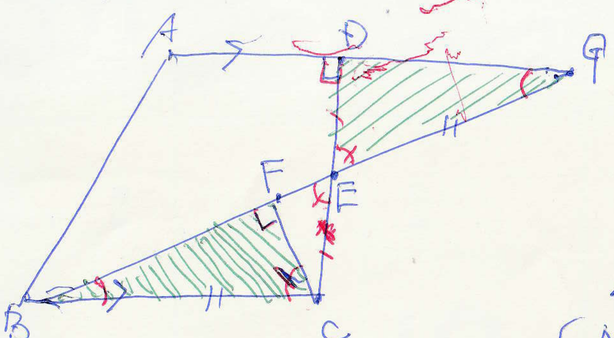
$\frac{5\times12}{2}\times10=300$　　(答) 300 cm³

(3) 立体Pの表面積を求めよ。

$\frac{5\times12}{2}\times2+(5+12+13)\times10=60+300=360$

(答) 360 cm²

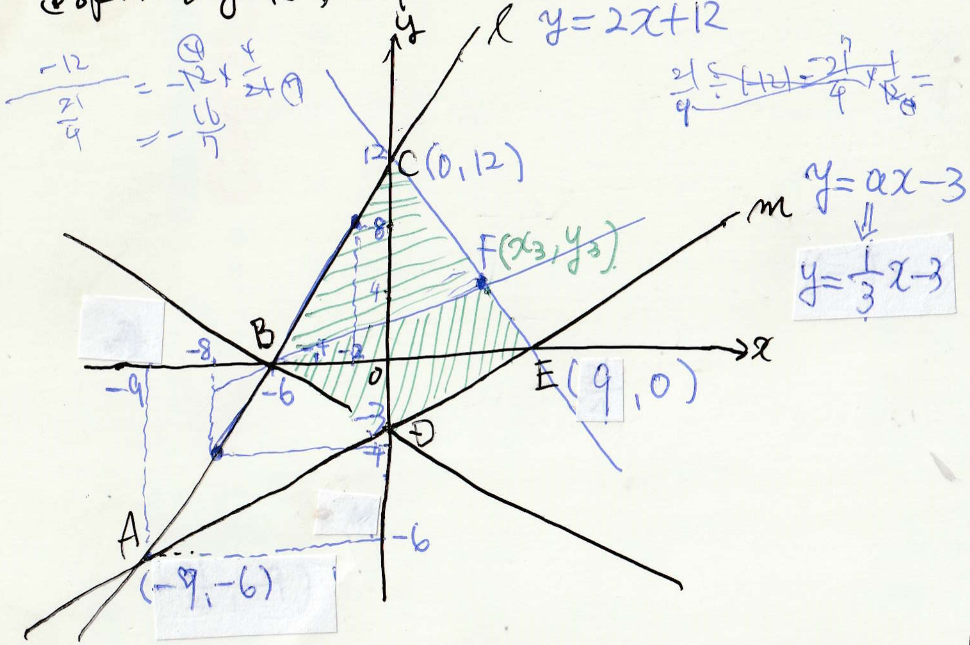
4 右の図のように，AD // BC，∠ADC=90°の台形ABCDがある。~~台形ABCD~~ 辺CD上に点Eをとる。点Cから線分BEに引いた垂線と線分BEとの交点をFとし，辺ADの延長線と線分BEの延長線との交点をGとする。
BC=GEのとき，△BCF≡△GEDであることを証明せよ。



[証明]
△BCFと△GEDにおいて，
∠EDG=∠CFB=90°…①
BC=GE…②
∠CBF=∠EGD…③
(AG // BCとBGが作る錯角は等しい)
①，③より ∠DEG=∠FCB…④
②，③，④より △BCFと△GEDにおいて
1辺とその両端の角がそれぞれ等しくなり，△BCF≡△GEDが証明できる。

[別解]
①，②，③より，
直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから，
△BCF≡△GED。

5 下の図で、直線ℓは関数$y=2x+12$のグラフ，直線mは関数$y=ax-3$のグラフである。点Aは直線ℓと直線mとの交点であり，x座標は-9である。直線ℓとx軸，y軸との交点をそれぞれ，B，Cとし，直線mとy軸，x軸との交点をそれぞれD，Eとする。このとき，次の(1)～(4)の問いに答えよ。



(1) 関数$y=2x+12$について，xの変域が$-8\leqq x\leqq-2$のとき，yの変域を求めよ。

$x=-2$のとき，$y=2\times(-2)+12=8$

$x=-8$のとき，$y=2\times(-8)+12=-4$

$y=0$のとき，$0=2x+12$ ∴ $x=-6$

よって $-4\leqq y\leqq 8$ …(答)

(2) aの値を求めよ。

直線ℓ $y=2x+12$ 上に点A$(-9, y_1)$がある

として $y_1=2(-9)+12=-6$ ∴ A$(-9, -6)$

これは直線m $y=ax-3$ 上の点でもあるから，

$-6=-9a-3$

∴ $9a=6-3=3$

よって $a=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(答) $\frac{1}{3}$

(3) 2点C，Eを通る直線の式を求めよ。

(2)より 直線mの式は，$y=\frac{1}{3}x-3$

点E$(x_2, 0)$とすると $0=\frac{1}{3}x_2-3$ ∴ $x_2=9$

よって E(9, 0) となる。

2点C，Eを通る直線の式は

傾きが$\frac{-12}{9}=-\frac{4}{3}$，切片が12だから

$y=-\frac{4}{3}x+12$ …(答)

(4)

(次頁に回す)

5 (4)
線分CE上に点Fをとる。
線分BFが四角形BDECの面積を2等分するとき、点Fの座標を求めよ。

まず、四角形BDECの面積をS1とすると、

$S1 = \triangle CDB + \triangle CDE$

$= \frac{12-(-3)}{2} \times \{-(-6)\} + \frac{12-(-3)}{2} \times 9$

$= 45 + \frac{135}{2} = \frac{90+135}{2} = \frac{225}{2}$

これを2等分すると $\frac{S1}{2} = \frac{225}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{225}{4}$ ---①

四角形BDEFの面積をS2，点$F(x_3, y_3)$

とおくと、$S2 = \frac{S1}{2} = \frac{225}{4}$ ---②

点$F(x_3, y_3)$は(3)より $y = -\frac{4}{3}x + 12$ ---③

上にある。これらより

$S2 = \frac{225}{4} = \frac{1}{2}\{9-(-6)\} \times y_3 + \frac{1}{2}\{9-(-6)\} \times \{-(-3)\}$

(15) (3)

$= \frac{15}{2}y_3 + \frac{45}{2}$

$\therefore 225 = 2 \times 15 y_3 + 2 \times 45$

$\cancel{30 y_3}$ $30y_3 = 225 - 90 = 135$

$\therefore y_3 = \frac{135}{30} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

③より

$\frac{9}{2} = -\frac{4}{3}x_3 + 12$

$\frac{4}{3}x_3 = 12 - \frac{9}{2}$

$x_3 = 12 \times \frac{3}{4} - \frac{9}{2} \times \frac{3}{4}$

$\frac{15 \times 6^3}{2} = 45$

$\frac{15 \times 9}{2} = \frac{135}{2}$

$= 9 - \frac{27}{8}$

$= \frac{72-27}{8}$

$= \frac{45}{8}$ $\therefore F(x_3, y_3)$

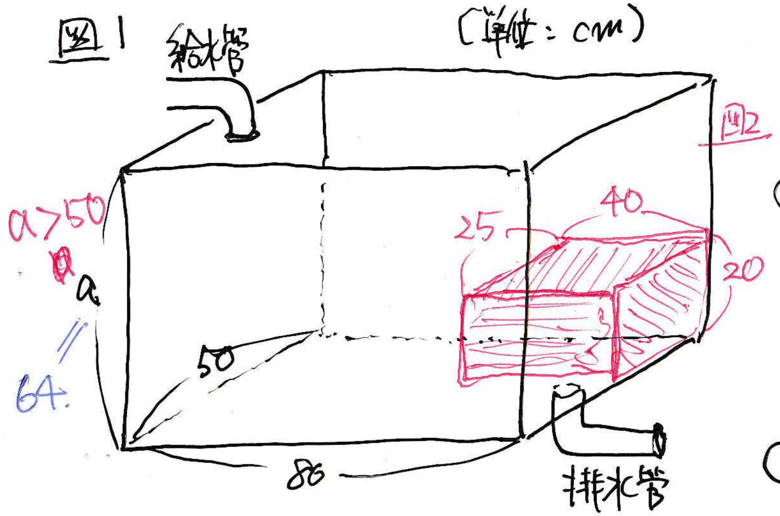
$= F\left(\frac{45}{8}, \frac{9}{2}\right)$

(答) $F\left(\frac{45}{8}, \frac{9}{2}\right)$

72
-27
$\frac{45}{8} =$

6 図1のように、縦50cm、横80cm、高さa cmの直方体の形をした水そうがある。水そうには、毎分2000 cm^3 の割合で水そうに水を入れる給水管と、毎分p cm^3 の割合で水そうから水を出す排水管がついている。このとき、次の(1)〜(3)の問いに答えよ。ただし、水そうの厚さは考えないものとする。

図1



(1) 満水の状態の水そうから、排水管だけを開いて水を出す。p＝3200のとき、水そうは80分で空になった。このとき、次の①、②の問いに答えよ。

$\boxed{速さ \times 時間 = 水量}$ *

① aの値を求めよ。

$3200\,cm^3/分 \times 80分 = 80 \times 50 \times a$ ……①

①を計算すると、 $50a = 3200$ $\therefore a = \frac{320}{5}$

$= 64$

(答) 64

② ~~p=600~~ 6400 に変えると、満水の状態の水そうは何分で空になるか、求めよ。

$6400\,cm^3/分 \times x分 = 80 \times 50 \times 64$

$\therefore x = \frac{80 \times 50 \times 64}{6400} = 40$ (答) 40分

(2) 空の状態の水そうに、給水管だけを開いて、満水になるまで水を入れる。給水管を開いてからx分後の水そうの底から水面までの高さをy cmとするとき、yをxの式で表せ。

$2000\,cm^3/分 \times x分 = 80\,cm \times 50\,cm \times y\,cm$

$y = \frac{2000x}{80 \times 50}$

$= \frac{10}{20}x$

$= \frac{1}{2}x$

(答) $y = \frac{1}{2}x$

(3) 図2のように、水そうの底に、縦25cm，横40cm，高さ20cmの直方体の形をしたブロックを置いた。空の状態の水そうに、給水管だけを開いて水を入れ、水そうの底から水面までの高さが50cmになったときに、排水管を開いた。給水管を開いてから、x分後の水そうの底から水面までの高さをy cmとする。a＞50，P＝5000のとき、次の①，②の問いに答えよ。

① $x=12$ のとき、y の値を求めよ。

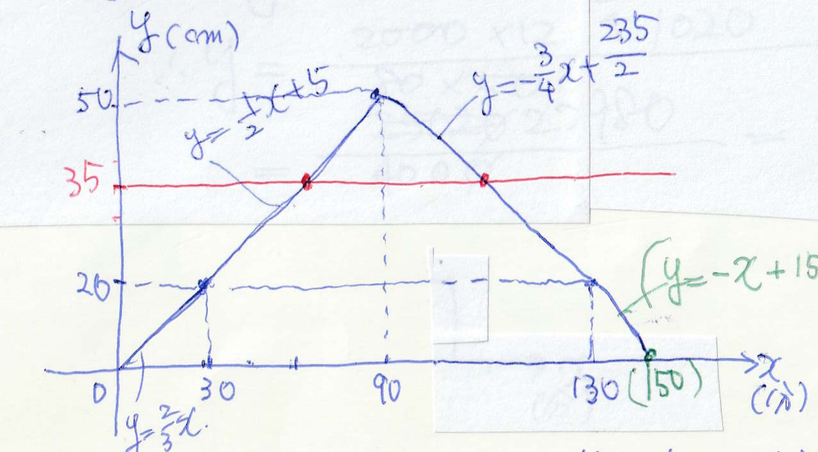
給水の速さ(cm³/分) × 時間(分) ＝ 水量(cm³) ＝ 底面積 × 高さ …①

①より、$2000_{(cm^3/分)} \times 12_{(分)} = (50\times80 - 25\times40)_{(cm^3)} \times y_{(cm)}$ …② ②を計算すると、$y=8$

(答) 8cm

② $y=35$ のとき、x の値をすべて求めよ。

x と y の関係をグラフに表すことから実施してみる。



・$0\le y\le 20$ までは、
$2000x = (50\times80 - 25\times40)y \quad \therefore y=\frac{2}{3}x$

・$20\le y\le 50$ までは、そのグラフを $y=mx+n$ として
$y=50$ のとき $x=x_1$ として、
$2000x_1 = 80\times50\times50 \quad \therefore x_1=100$
よって $m=\frac{50}{100}=\frac{1}{2} \quad \therefore y=\frac{1}{2}x+n$ …①
①は(30, 20)を通るから $n=5$ 　$y=\frac{1}{2}x+5$ …②
②より $y=50$ のとき、$50=\frac{1}{2}x+5$ より $x=90$

・$50\le y\le 20$ のときのグラフを $y=mx+n$ とすると
$(2000-5000)x = 80\times50\times y \quad \therefore \frac{y}{x}=m=-\frac{3}{4}$
よって $y=-\frac{3}{4}x+n$ これが(90, 50)を通るから
$50=-\frac{3}{4}\times90+n$ より $n=\frac{235}{2}$
よって $y=-\frac{3}{4}x+\frac{235}{2}$ …③
$x=20$ を代入すると $y=130$

・参考 $0\le y\le 20$ のとき
$(2000-5000)x=(50\times80-40\times25)y$
$\therefore m=\frac{y}{x}=-1$
$\therefore y=-x+n$，(130, 20)を通るから、$n=x=150$

よって②，③において $y=35$ を代入して得られる x の値である。

②より
$35=\frac{1}{2}x+5$
$70=x+10$
$\therefore x=60$

③より
$35=-\frac{3}{4}x+\frac{235}{2}$
$140=-3x+470$
$\therefore 3x=470-140=330$
$\therefore x=\frac{330}{3}=110$

(答) 60(分)，110(分)