2019年度 統一模試
第1回 中2 数学

1 次の(1)～(10)の問いに答えよ。

(1) $13+(-8)$

$= 13-8 = 5$

(2) $-2+(-6)^2 \div 4$

$= -2 + \frac{36}{4}$

$= -2+9 = 7$

(3) $28a \times \left(-\frac{2}{7}\right)$

$= -\frac{28a \times 2}{7}$

$= -8a$

(4) $5(a-4)-2(4a-9)$

$= 5a-20-8a+18$

$= -3a-2$

(5) 1次方程式 $x+6 = 7x-18$

$18+6 = 7x-x$

$6x = 24$

$x = \frac{24}{6} = 4$

(6) 比例式 $(3x-7):8 = 15:6$

$= 5:2$

$2(3x-7) = 8\times 5$

$\therefore 3x-7 = 20 \quad \therefore 3x = 27 \quad \therefore x = 9$

(7) yはxに反比例し、対応するx, yの値が下の表のようになっているとき、pの値を求めよ。

$xy=a$ (aは比例定数)

x	…	−5	…	0	…	3	…
y	…	p	…	×	…	−10	…

$xy=a$ より

$x=3,\ y=-10$ より

$a = 3\times(-10)$

$= -30$

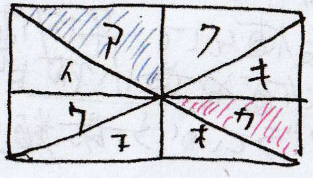
$xy=-30$ となる。

$x=-5,\ y=p$ より

$-5p=-30$

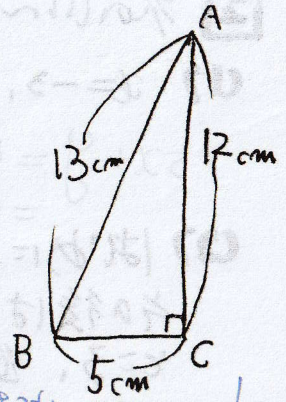
$\therefore p=6$ …(答)

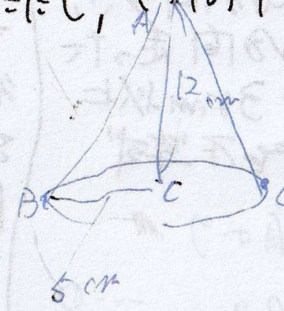
(8) 下の図は合同な8つの直角三角形ア～クをしきつめてつくった長方形である。直角三角形イ～クのうち、直角三角形アを平行移動して重ね合わせることができる直角三角形を一つ選び、その符号をかけ。



(答) カ

(9) 右の図で、$\angle C=90°$, $AB=13$cm, $AC=12$cm, $BC=5$cm の $\triangle ABC$ がある。$\triangle ABC$ を、辺ACを軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率はπとする。





BCを半径とする円の面積をSとし、この立体の体積をVとする。またAC=hとすると

$V = Sh \times \frac{1}{3}$

$S = \pi\times 5^2 = 25\pi,\ h=12$ より

$V = 25\pi \times 12 \times \frac{1}{3} = 100\pi$

(答) $100\pi\ cm^3$

(10) 地球の赤道1周の距離を有効数字2けたの近似値で表すと、40000 km となる。この近似値を有効数字がはっきりわかるように、整数部分が1けたの小数と、10の何乗かの積の形で表したものを、次のア～エの中から一つ選び、符号で書け。

ア 4.0×10^3 km　イ 4.00×10^3 km　ウ 4.0×10^4 km

エ 4.00×10^4 km

(答) ウ

2 次の(1)～(4)の問いに答えよ。

(1) $x=-3$, $y=8$ のとき、$5x+y$ の値を求めよ。

$5x+y = 5\times(-3)+8$
$= -15+8 = -7$　　(答) -7

(2) はじめに毎分70mの速さでa分間歩き、その後は毎分150mの速さでb分間走ったところ、進んだ道のりは合計3km以上になった。この数量の関係を不等式で表せ。

速さ×時間＝道のり

歩き：$70\,\mathrm{m/分} \times a\,分 = 70a\,\mathrm{m}$ ---①

走り：$150\,\mathrm{m/分} \times b\,分 = 150a\,\mathrm{m}$ ---②

$3\mathrm{km} = 3000\mathrm{m}$ ---③

①, ②, ③より

$70a + 150b \geqq 3000$ ---(答)

$\cancel{220a \geqq 3000}$
$\cancel{22a \geqq 300}$
$\cancel{11a \geqq 150}$

(3) 定価の20%引きで売られている靴を買うのに、支払い金額から1000円値引きされるクーポン券を使用したところ、1800円の値段で買うことができた。この靴の定価を求めよ。ただし、消費税は考えないものとする。

この靴の定価をx円とすると

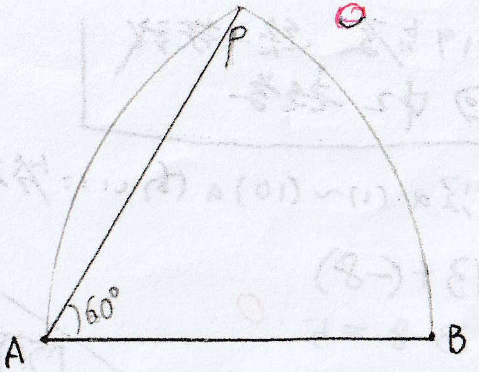
$(1-0.2)x - 1000 = 1800$

$\therefore\ 0.8x = 2800$

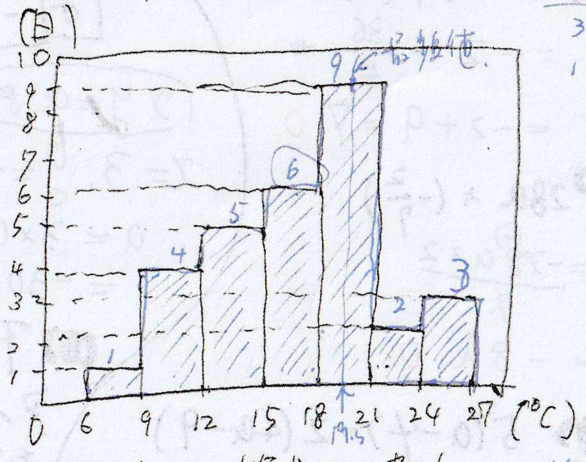
$x = \dfrac{2800}{0.8} = \dfrac{28000}{8} = 3500$　　(答) 3500円

$28000 \div 8 = 3500$

(4) 右の図のように、線分ABがある。線分ABより上にあって、$\angle PAB = 60^\circ$ となる点Pを定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。



3 右の図は、A市における昨年4月の日ごとの最高気温を調べ、ヒストグラムに表したものである。例えば、このヒストグラムから最高気温が21℃以上24℃未満の日数は2日であることがわかる。このとき、次の(1)～(3)の問いに答えよ。



(1) 次のア～エのうち、正しいものを一つ選び、その符号を書け。

ア 階級の幅は2℃である。　$9-6=3$℃

イ 最高気温が15℃以上18℃未満の階級値は6日である。

ウ 最高気温が12℃未満の度数の合計は5日である。

エ 代表値として、平均値や中央値、最頻値のほかに最大値や最小値がある。

度数 (階級値 $= \dfrac{15+18}{2} = 16.5$℃)

代表値とはいわない。

(答) ウ

(2) ヒストグラムから最頻値を求めよ。

18～21℃が9日間あり、最頻値は $\dfrac{18+21}{2} = 19.5$℃

(答) 19.5℃

(3) 中央値を含む階級の相対度数を求めよ。

日数(度数)の合計 $= 1+3+2+4+5+6+9 = 30$

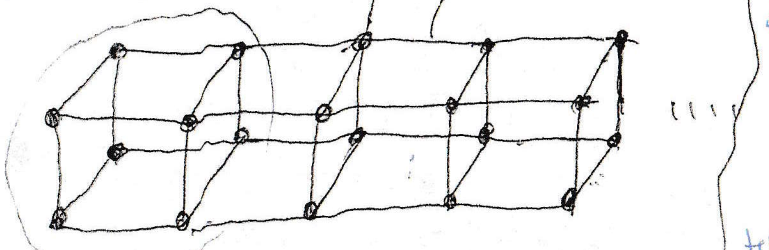
中央値は30に対して15番目と16番目の値の平均値だから

$\dfrac{15+16}{2} = 15.5$

これは15～18℃の階級だから その度数は6になる

$\boxed{相対度数 = \dfrac{その階級の度数}{度数の合計}} = \dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5} = 0.2$　　(答) 0.2

4 同じ大きさのねん土玉と同じ長さの棒をたくさん用意した。ねん土玉を8個と棒を12本使って、立方体の形をつくる。さらに、ねん土玉と棒を使って下の図のように、立方体が横につながった形をつくっていく。このとき、次の(1)～(3)の問いに答えよ。



(1) 立方体が横に7個つながった形をつくるにはねん土玉は何個、棒は何本必要か、それぞれを求めよ。

$n=1$ ねん土玉 8個, 棒12本
$n=2$ 〃 12個, 〃 20本
$n=3$ 〃 16個, 〃 28本
⋮
$n=7$ 〃 $8+4(7-1)$ 〃 $12+8(7-1)$
$= 32$個 $= 60$本

(答) ねん土玉：32個
棒：60本

(2) 立方体が横にn個つながった形をつくるには、ねん土玉は何個、棒は何本必要か。それぞれ、nを用いた式で表せ。ただし、nは自然数とする。

(1)に於いて
$7 \to n$ に置きかえると

ねん土玉：$8+4(n-1)$
$= 8+4n-4$
$= 4+4n$
$= 4n+4$

棒：$12+8(n-1)$
$= 12+8n-8$
$= 4+8n$
$= 8n+4$

答 ねん土玉：$4n+4$ 個
棒：$8n+4$ 本

(3) ねん土玉が203個、棒が304本あるとき、立方体が最大で横に何個つながった形をつくることができるか求めよ。

$203 = 4n+4$ …①
$304 = 8n+4$ …②

①より $4n = 199$ ∴ $n = \frac{199}{4} = 49+\frac{3}{4}$

②より $8n = 300$ ∴ $n = \frac{300}{8} ≒ 37\frac{1}{2}$

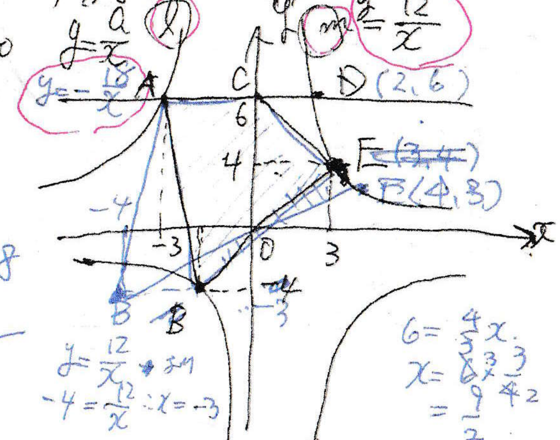
$\frac{300}{8} = \frac{150}{4} = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$

$\frac{288}{8} = \frac{144}{4} = \frac{72}{2} = 36$

①②より

(答) 37個

5 下の図で、双曲線ℓは関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ、双曲線mは関数 $y=\frac{12}{x}$ のグラフである。曲線ℓ上に座標が(−3, 6)となる点Aをとり、曲線m上にx座標が−4となる点Bをとる。点Aを通りx軸に平行な直線と、y軸、曲線mとの交点をそれぞれC, Dとする。また、原点Oを対称の中心として、点Bと点対称となる点をEとする。このとき、次の(1)～(4)の問いに答えよ。



(1) aの値を求めよ。

点A(−3, 6)より
$y=\frac{a}{x}$ から
$6=\frac{a}{-3}$ ∴ $a=-18$
(答) −18

(2) 点Dの座標を求めよ。

$y=\frac{12}{x}$ から、点D$(x_1, 6)$より
$6=\frac{12}{x_1}$ ∴ $x_1=\frac{12}{6}=2$
(答) D(2, 6)

(4) 別解

$S = \frac{75}{2}$

点G$(p, 6)$とすると、

$\triangle OCG + \triangle OCE = \frac{S}{2} = \frac{75}{4}$

$\frac{6CG}{2} + \frac{6\times4}{2} = \frac{75}{4}$

$75 - 48 = 27$

$\therefore 3CG = \frac{75}{4} - 12 = \frac{75 - 4\times12}{4}$

$= \frac{27}{4} \quad \therefore CG = \frac{27}{4}\times\frac{1}{3} = \frac{9}{4}$

$\therefore p = -\frac{9}{4}$

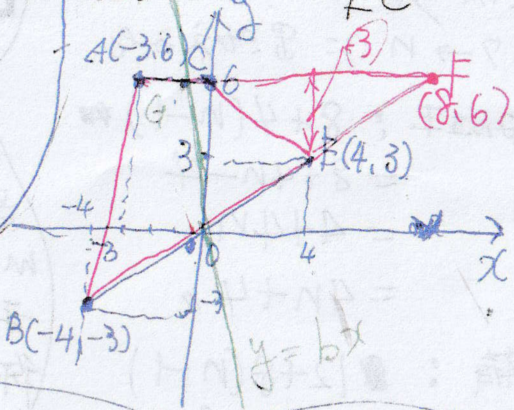
点G$(-\frac{9}{4}, 6)$となる。

$y=bx$に点G$(-\frac{9}{4}, 6)$を代入すると

$6 = -\frac{9}{4}b \quad \therefore b = -\frac{8}{3}$

(答) $-\frac{8}{3}$

(3) 四角形AB~~CD~~ EC の面積を求めよ。



線分BEの延長線と線分ACの延長線との交点をFとする。つまり

$y=\frac{3}{4}x$と$y=6$の交点Fだから、

$6 = \frac{3}{4}x \quad \therefore x = 6\times\frac{4}{3} = 8$ よってF$(8, 6)$

△ABFの面積をS1とすると

$S1 = \overline{AF}\times\{6-(-3)\}\times\frac{1}{2}$

$= (8+3)\times9\times\frac{1}{2} = \frac{99}{2}$

△CEFの面積をS2とすると

$S2 = CF\times(6-3)\times\frac{1}{2} = 8\times3\times\frac{1}{2} = 12$

求める面積をSとすると、

$S = S1 - S2$

$= \frac{99}{2} - 12 = \frac{99-24}{2} = \frac{75}{2}$

(答) $\frac{75}{2}$

(4) 関数$y=bx$のグラフが四角形ABECの面積を2等分するとき、bの値を求めよ

$y=bx$と$y=6$の交点をGとすると、

$6 = bx \quad \therefore x = \frac{6}{b}$ より G$(-\frac{6}{b}, 6)$ ← x座標は負になる!

$75 - 48 = 27$

$\overline{CG} = \frac{6}{b}$ より

四角形OECGの面積をS3とし、△OCEの面積をS4、

△OCGの面積をS5とすると、$S3 = S4 + S5$ —①

$S4 = 6\times4\times\frac{1}{2} = 12$、$S5 = 6\times\frac{6}{b}\times\frac{1}{2} = \frac{18}{b}$

①より $S3 = 12 + \frac{18}{b}$　　$S3 = \frac{S}{2} = \frac{75}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{75}{4}$

$\therefore 12 + \frac{18}{b} = \frac{75}{4}$

$\frac{18}{b} = \frac{75}{4} - 12 = \frac{75-48}{4} = \frac{27}{4}$

$\therefore \frac{b}{18} = \frac{4}{27} \quad \therefore b = \frac{4}{27}\times18 = \frac{8}{3}$

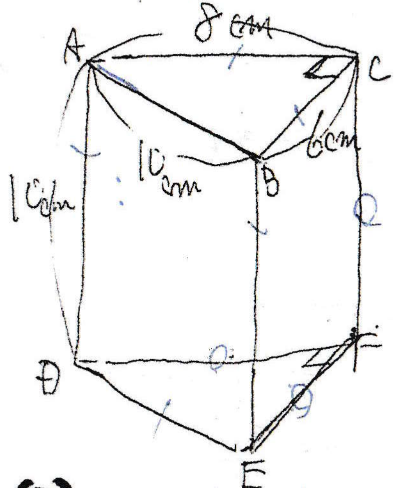
ところが$y=bx$のbは負となるから

$b = -\frac{8}{3}$ (答)

6 図1〜図3のように、∠ACB=90°, AB=10cm, AC=8cm, BC=6cmの△ABCを底面とし、AD=10cmを高さとする三角柱ABC−DEFがある。このとき次の(1)〜(4)の問いに答えよ。

(1) 辺ABとねじれの位置にある辺をすべて答えよ。

図1



辺ABと接触している
辺AC, BC, AD, BCは対象外。
また辺DEはAB∥DEより
対象外となる。
残ったところの
辺DF、辺CF、辺EFがねじれ
の位置にある。…(答)

(2) 三角柱ABC−DEFの体積を求めよ。

この体積をSとすると、

$$S=\frac{8\times 6}{2}\times 10=240$$

(答) 240 cm^3

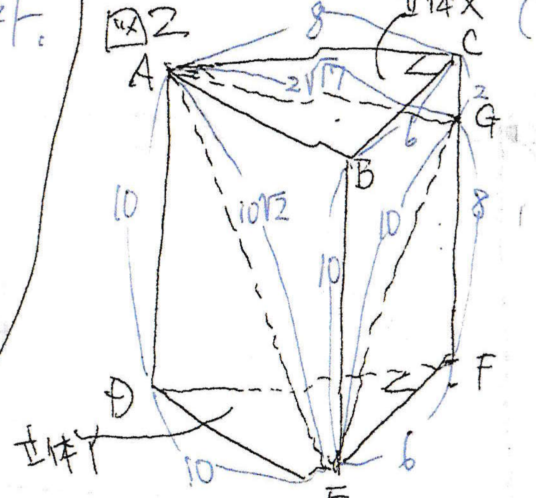
よってS2の方が ~~28~~ 52 cm^2 大きい。

(答) 立体Yの方が ~~28~~ 52 cm^2 大きい。

(3)の答え

(3) 図2のように、辺CF上にCG=2cmとなる点Gをとる。三角柱ABC−DEFを3点A, E, Gを通る平面で切断したとき、点Bを含む方の立体をX、頂点Dを含む方の立体をYとする。立体Xと立体Yの表面積は、どちらの方が何cm^2大きいか、求めよ。

図2 (単位:cm)



[立体X]の面積をS1と置いて、

S1 = △AEG + △ABE + △ABC + 台形CBEG + △ACG.

[立体Y]の面積をS2とすると

S2 = △AEG + △ADE + △EFG + 台形ADFG + △DEF

△ABEと△ADEの面積は等しい。

よって S1 − S2 = △ABC + △ACG + 台形CBFG − △DEF − △EFG − 台形 ~~CBF~~ ADFG

$$=\frac{6\times 8}{2}+\frac{2\times 8}{2}+\frac{(2+10)\times 6}{2}-\frac{6\times 8}{2}-\frac{(10+8)\times 8}{2}$$

$= 24+8+36-24-72$ ~~$=68-96=-28$~~

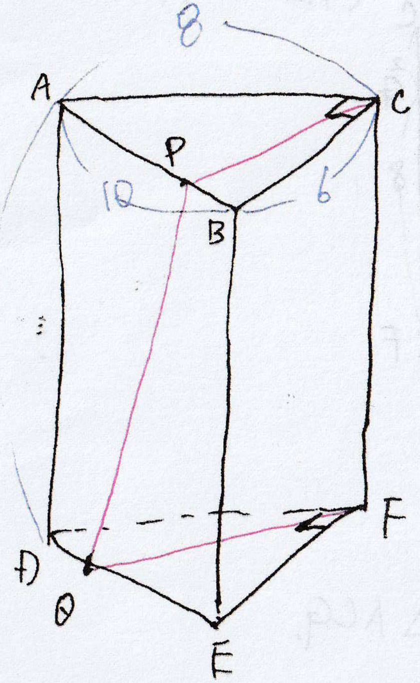
$= 68-120 = 52$

18×4　$\frac{8\times 6}{2}$　−24

96−68=28　24+72=96　32+36=68

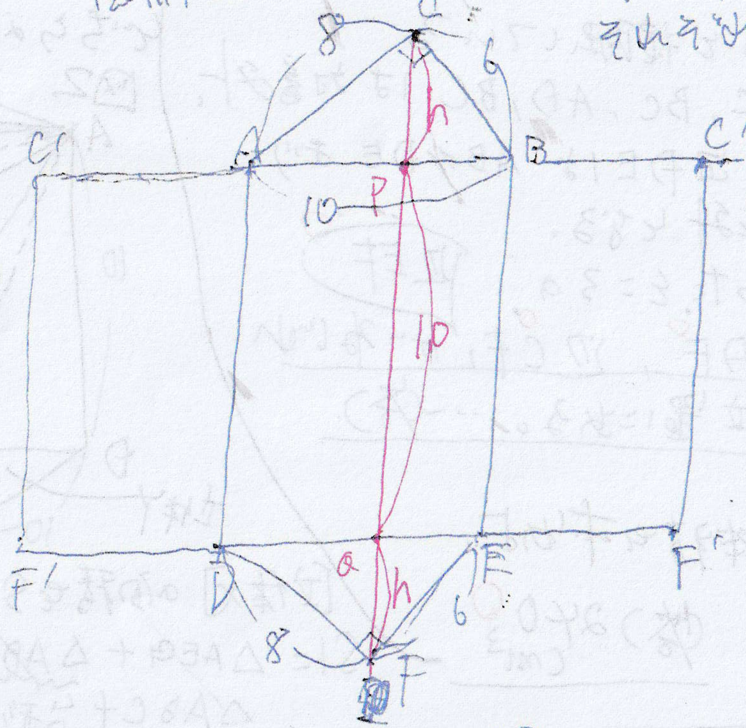
6 (4) 図3のように、辺AB上に点Pをとり、
辺DE上に点Qをとる。
CP＋PQ＋QFの長さが最も短く
なるとき、CP＋PQ＋QFの長さを求めよ。

(単位：cm)



⇒

展開図



(答) $\frac{98}{5}$ cm

C→P→Q→Fの
最短距離は下の展開図
においてCFの長さとなる
CFとAB，DEとの交点が
それぞれP，Qとなる。

CP＝FQ＝hとすると

△ABCの面積は

① $\frac{8\times6}{2}=24$

② $\frac{10h}{2}=5h$

①，②より $5h=24$

$\therefore h=\frac{24}{5}$

よって $\overline{CF}$

$=10+2h$

$=10+\frac{2\times24}{5}$

$=10+\frac{48}{5}$

$=\frac{50+48}{5}$

$=\frac{98}{5}\ (=19.8)$